



**MÄLARDALENS HÖGSKOLA
ESKILSTUNA VÄSTERÅS**

Första åren med algebra

Jämförelse av hur algebra framställs i en svensk och en finsk
läroboksserie för årskurs 1-6

Sofia Olander

Utveckling av matematiskt tänkande

HT 2012

Handledare: Kirsti Hemmi

Examinator: Roger Andersson

SAMMANFATTNING

Sofia Olander

Första åren med algebra

– Jämförelse av hur algebra framställs i en svensk och en finsk läroboksserie för årskurs 1-6

2012

Antal sidor: 38

Internationella undersökningar visar att svenska elevers matematikkunskaper är sämre än finska elevers matematikkunskaper. Vidare visar sig en negativ trend i Sverige då matematikkunskaperna har försämrats över åren. Ett av de områden som visat sig problematiskt är algebra. Läromedel fungerar som ett viktigt stöd för lärare i syftet att planera och genomföra matematikundervisningen. Därmed får valet av läromedel en betydande roll för vilken matematik som eleverna bemöter. Syftet med arbetet är att undersöka hur matematikböckerna i Finland och Sverige presenterar pre-algebra och algebra. Resultatet av undersökningen visar att båda läromedelsserierna i varierande utsträckning presenterar de områden som enligt forskning är viktiga för algebrainläringen. Däremot finns det i båda läromedelsserierna rum för förbättringar då det kommer till omfattningen av dessa områden.

Nyckelord: matematik, läromedel, läromedelsanalys, algebra, läroplan

Innehåll

1. Inledning.....	5
1.1 Syfte	6
1.1.1 Frågeställningar	6
1.2 Disposition av uppsatsen	6
2. Bakgrund	7
2.1 Kunskapssyn i läroplanerna	7
2.2 Läromedels roll i matematikundervisningen	7
2.3 Synen på och användningen av läromedel i Sverige och Finland.....	8
3. Analytisk teori och analytiska frågor.....	10
3.1 Algebra.....	10
3.1.1 Variabler	10
3.1.2 Proportionella resonemang	10
3.1.3 Mönster och relationer	11
3.1.4 Likvärdighet av uttryck	11
3.1.5 Ekvationer och ekvationslösning	11
3.2 Vägen till algebraiskt tänkande.....	11
3.3 Orsaker till svårigheter i området algebra.....	12
3.4 Analytiska frågor.....	14
4. Metodologi.....	15
4.1 Läromedlens avgränsning och urval	15
4.2 Beskrivning av läromedlen	15
4.2.1 Matte Direkt	15
4.2.2 Min Matematik	15
4.3 Tillvägagångssätt	16
4.4 Studiens tillförlitlighet	17
4.5 Algebra i den svenska och den finska kursplanen i matematik	17
5. Resultat och analys	18
5.1 Jämförelse av hur algebra behandlas i respektive länders kursplaner i matematik.....	18
5.1.1 Grunderna för läroplanen för den grundläggande utbildningen 2004 (Fin) – Ggl 04	18
5.1.2 Läroplanen för grundskolan, förskoleklassen och fritidshemmet 2011 (Sv) – Lgr 11.....	19
5.1.3 Jämförande analys av den svenska och finska kursplanen i matematik.....	20

5.2	Algebra i läroböckerna	21
5.2.1	Tabellernas koppling till den analytiska teorin.....	23
5.2.2	Algebra i Min Matematik och dess koppling till finska kursplanen i matematik (tabell 1 och 3)	23
5.2.3	Algebra i Matte Direkt och dess koppling till svenska kursplanen i matematik (tabell 2 och 4)	24
5.2.4	Tolkning utifrån den analytiska teorin	25
5.3	Algebraiska och pre-algebraiska uppgifter i läroböckerna.....	25
5.3.1	Antal pre-algebraiska och algebraiska uppgifter sammanlagt i läromedelsserierna.....	25
5.3.2	Antal pre-algebraiska och algebraiska uppgifter i respektive lärobok i <i>Min Matematik</i> (Fin).....	27
5.3.3	Antal pre-algebraiska och algebraiska uppgifter i respektive lärobok i Matte Direkt (Sv).....	27
5.3.4	Exempel av typ-uppgifter i läromedelsserierna	28
5.4	Sammanfattande analys kring likheter och skillnader i läromedelsserierna	30
6.	Slutsatser och diskussion	31
6.1	Slutsatser	31
6.2	Slutdiskussion.....	33
6.3	Fortsatt forskning.....	35

1. Inledning

Skolan är i ständig förändring och debatten kring hur vi ska gå tillväga för att skapa en bättre skola pågår hela tiden. I matematikämnet förs diskussioner kring läromedlets starka influenser på undervisningen, samtidigt som man blickar till öst och förundras över de resultat som finska elever presterar i internationella undersökningar.

I skolverkets (2010) rapport av den internationella undersökningen PISA som utfördes 2009 framkommer algebra som ett matematiskt område som under lång tid visat sig problematiskt för svenska elever. Rapporten inleds med en beskrivning av tidigare internationella undersökningar som Sverige deltagit i. Undersökningarna som beskrivs kallas för TIMSS (*Trends in Mathematics and Science Studies*). TIMSS undersökningarna utförs av IEA (*International Association for the Evaluation of Educational Achievement*), som startades i syfte att kunna undersöka och jämföra skolsystem och på så vis hitta faktorer som påverkar elevprestationer. TIMSS undersökningarna som lyfts i rapporten är från 1964, 1980, 1994-95, 2003 och 2007. År -64 och -80 hamnade svenska elever under ett internationellt genomsnitt. Detta förbättrades till år 1994-95. Dessa år påvisades dock svårigheter i området algebra. Svårigheterna visades återigen 2003 och 2007. Efter att IEA startades har flera organisationer med samma syfte upprättats, bland dem OECD (*The Organisation for Economic Co-operation and Development*), som är en samarbetsorganisation för de industrialiserade länderna. År 2000 utförde OECD den första PISA undersökningen och genom den undersöktes 15-åringars läsförmåga samt förmåga i matematik och naturvetenskap. PISA står för *Programme for International Student Assessment* och utförs vart tredje år. Rapporten belyser inte algebra på ett tydligt sätt då det kommer till PISA undersökningen utan lyfter enbart Sveriges matematikprestationer överlag, vilket år 2000 och 2003 låg över OECD genomsnittet och år 2006 inte skilde sig från genomsnittet. År 2009 visades en signifikant nedgång i matematikresultaten för svenska elever jämfört med år 2003 (Skolverket, 2010). Rapporten påvisar att finländska skolelever har bland de högsta prestationerna i matematik. I PISA undersökningarna 2000, 2003, 2006 och 2009 presterade finska eleverna avsevärt bättre än svenska elever i ämnet. I undersökningen 2009 bestod matematikdelen av 35 uppgifter. Av dessa handlade en om algebra (Skolverket, 2010). Men trots finska elevers goda resultat i matematik i internationella undersökningar visar en nationell undersökning gjord 2011 av Utbildningsstyrelsen att finska elevers algebrakunskaper ligger på en nöjaktig nivå (Hirvonen, 2012).

Skolinspektionens (2009) granskning av matematikundervisningen runt om i Sverige visar att elever får bristfälliga kunskaper i matematik på grund av att få lärare har tillräckligt med kunskap om målen i läroplanen och kursplanen. Enskilt arbete i läroböckerna dominerar under lektionerna, vilket innebär att allt för lite tid ges till det reflekterande samtalet kring matematiska fenomen. Lektionerna är inte heller tillräckligt varierande, och därmed möts inte alla elevers behov och förutsättningar.

Läromedel har en viktig roll i matematikundervisningen på olika sätt. Den stöder läraren i planeringen och förser eleverna med uppgifter och problem att arbeta kring. Fördelen med ett bra läromedel är att läromedlet kan bidra till en positiv utveckling av undervisningspraktiken, däremot kan ett dåligt läromedel i sin tur leda till avståndstagande på grund av enformighet (Skolverket, 2003).

De internationella undersökningarna pekar på att förbättringar kan ske i matematikundervisningen i Sverige. Området algebra har påvisats problematiskt

både i Sverige och Finland och därmed finns orsak undersöka området noggrannare. Utifrån Svenska nationella undersökningar kan läsas att matematikämnet är ett läromedelstyrkt ämne och att lärarna sällan har tillräckligt med kunskap om målen i kursplanerna. Utifrån den informationen finns orsak till att undersöka hur väl läromedel behandlar området algebra samt att undersöka vad kursplanerna faktiskt säger om algebra.

1.1 Syfte

I denna uppsats kommer jag att analysera ett vanligt läromedel från Finland och ett från Sverige. Syftet är inte att värdera läromedlet i stort utan att få en förståelse för faktorer som kan påverka elevers algebraiska tänkande. Genom att analysera och jämföra ländernas läromedel kan jag uppmärksamma eventuella skillnader dem emellan. Skillnaderna mellan läromedelsserierna kan vara en orsak till de resultat skillnader som visas i undersökningar. I övrigt kommer analysen i sig vara till stor nytta för mig, då jag i valet av läromedel kan granska dess innehåll och bedöma dess kvalitet på ett mer kritiskt sätt.

Syftet med denna studie är att analysera framställningen av området algebra i ett svenskt och ett finskt läromedel och därigenom belysa eventuella skillnader mellan ländernas läromedel.

1.1.1 Frågeställningar

- Hur behandlas algebra i respektive länders kursplaner?
- Vilka olika former av algebraiska och pre-algebraiska områden förekommer i ett svenskt och ett finskt läromedel avsedda för årskurs 1-6?
- Vilka likheter och skillnader finns det mellan det svenska och det finska läromedlet när det gäller framställningen av algebra?

1.2 Disposition av uppsatsen

I avsnittet **Bakgrund** ges information kring Sveriges och Finlands läroplaners kunskapssyn samt information om läromedlets roll och betydelse i matematikundervisningen i respektive land.

Under rubriken **Analytisk teori och analytiska frågor** behandlas begreppet algebra utifrån olika forskares syn på begreppet. I avsnittet ges även en genomgång av hur forskare anser att algebra bör läras in för att skapa en så god grund för eleverna som möjligt samt vad som kan orsaka svårigheter inom området.

I **Metodologin** motiverar jag valet av metod och avgränsning och ger en beskrivning av de läromedel som används i arbetet. Här beskrivs även hur jag gått tillväga när jag gjort analysen och studiens tillförlitlighet.

I avsnittet **Resultat och analys** jämförs hur Sveriges och Finlands kursplaner behandlar algebra. Avsnittet presenterar även resultatet av läromedelsanalysen samt ger en koppling till den analytiska teorin så som jag tolkar den.

Under rubriken **Slutsatser och diskussion** kopplas teorin ihop med hur algebra framställs i den svenska och i den finska kursplanen samt i de läromedel som analyserats. Slutligen först en diskussion där slutsatserna kopplas ihop med inledningen och avsnittet om läromedel. Avslutningsvis ges förslag på vidare forskning inom detta område.

2. Bakgrund

Det här kapitlet behandlar information om synen på kunskap och lärande i Finlands och Sveriges läroplaner. Vidare beskrivs även den roll läromedel spelar i matematikundervisningen samt synen på läromedel i Finland och Sverige och hur lärarna i dessa länder generellt använder läromedel.

2.1 Kunskapssyn i läroplanerna

Två begrepp som används flitigt i både den finska läroplanen, *Grunderna för läroplanen för den grundläggande utbildningen 2004* (Ggl 04), och den svenska läroplanen, *Läroplan för grundskolan, förskoleklassen och fritidshemmet 2011* (Lgr11) är *kunskap och lärande*.

Den finska läroplanen Ggl 04 (Utbildningsstyrelsen, 2004) är tydlig då det kommer till synen på kunskap och lärande. Där kan läsas att läroplanen bygger på en inlärningssyn som "ser lärandet som en individuell och social process" (s. 16) och att kunskap och färdigheter byggs upp under dessa processer. Vidare står även att lärandet äger rum i olika situationer. Utöver att inhämta kunskaper och färdigheter betonar läroplanen även tillägnandet av inlärnings- och arbetsätt som redskap för det livslånga lärandet.

I svenska läroplanen Lgr 11 (skolverket, 2011) hittar man rubriken *kunskaper*. Under denna rubrik finner man däremot inte vad för kunskapssyn man baserar läroplanen på. Detta ligger underförstått mellan raderna, men kommer inte fram på ett tydligt sätt. Det man kan finna om begreppet kunskap i läroplanen är detta:

Skolans uppdrag att främja lärande förutsätter en aktiv diskussion i den enskilda skolan om kunskapsbegrepp, om vad som är viktig kunskap i dag och i framtiden och om hur kunskapsutveckling sker. Olika aspekter på kunskap och lärande är naturliga utgångspunkter i en sådan diskussion. Kunskap är inget entydigt begrepp. Kunskap kommer till uttryck i olika former – såsom fakta, förståelse, färdighet och förtrogenhet – som förutsätter och samspelar med varandra. Skolans arbete måste inriktas på att ge utrymme för olika kunskapsformer och att skapa ett lärande där dessa former balanseras och blir till en helhet (Skolverket, 2011: 10).

Den svenska läroplanen har utvecklats utefter olika teorier om lärande. Den kunskapssyn man kan finna, mellan raderna, är den *socialkonstruktivistiska teorin*, där kunskap betraktas som något som utvecklas i möten mellan den som undervisar och den som lär. Varje enskild individ ses som sin egen resurs till lärande och den som undervisar skapar förutsättningar för detta. En annan teori man kan finna är den *metakognitiva teorin*, som innefattar de tankefunktioner som vi använder då vi hanterar information. Metakognition handlar om reflekterande kring sitt eget tänkande, att bli medveten som sin egen kunskap, medvetenhet om vad man har lärt sig och varför. Denna teori förutsätter dialoger och diskussioner kring kunskap och lärande (Skolverket, 2003).

2.2 Läromedels roll i matematikundervisningen

Läromedel, så som exempelvis textböcker och lärarhandledningar, spelar en betydande roll i dagens matematikundervisning både i Sverige och i Finland. Ofta ligger läromedlet till grund för lektionsplaneringen och undervisningen i klassrummet (Jablonka & Johansson, 2010). Textboken är utarbetat för att passa undervisningen i skolan och har den blivit en del av rutinerna i undervisningen

(Loewenberg Ball & Cohen, 1996). Lärarhandledningen å andra sidan används inte i samma utsträckning som textboken i Sverige. I Finland är dock arbete med lärarhandledningarna vanligt förekommande (Jablonka & Johansson, 2010). Fördelarna med att arbeta med en välformulerad lärarhandledning i matematiken är att lärarna själva kan få stöd vid lärandet av innehållet, de kan få stöd i hur man kan variera arbetet inom blocket och bli mer förberedda på elevers idéer och tankar kring blocket (Loewenberg Ball & Cohen, 1996).

Löwing & Kilborn (2002) för en diskussion om lärobokens varande och icke varande i matematiken. Många påstår att läroboken i matematikämnet har en alltför styrande roll. Men med hänsyn till det ökade kravet som ställt på lärare i dag är det kanske inte rimligt att som lärare utöver detta även vara tvungen att utforma ett bra läromedel. Löwings och Kilborns teori kring läromedel är följande:

Om nu de lärare som undervisar i matematik visar sig vara allt för beroende av läromedel, så är det sannolikt inte läromedlet det är fel på, utan den utbildning och fortbildning som tillsammans med vagt formulerade mål inte gett läraren förutsättningar att vid behov väga frigöra sig från läromedlet (2002: 116).

De anser även att kravet på läromedlets kvalitet är tämligen hög eftersom de flesta lärare enbart använder ett läromedel, och det läromedlet används även rätt slaviskt. Deras mening är också att de mest kvalitativa läromedel inte alltid är de som används. Alla elever och lärare har inte heller tålmodet som krävs för att hitta de vägar som leder till det kvalitativt bästa lärandet (Löwing & Kilborn, 2002).

Läser man den svenska läroplanen Lgr 11 (skolverket, 2011) kan man däremot se att eleverna ska utveckla en förmåga att använda matematik i olika sammanhang. Därmed inte bara arbeta i läroboken. Utöver läroboksarbete ska eleverna även lära sig att föra matematiska resonemang och argumentera logiskt. Eleverna ska få ta del av matematikhistoria och resonera kring matematikens betydelse. I den finska läroplanen Ggl 04 (Utbildningsstyrelsen, 2004) kan man läsa att eleverna utöver att utveckla ett matematiskt tänkande även ska lära sig lyssna och kommunicera. Eleverna ska få mångsidiga erfarenheter av att presentera matematiska begrepp. Utifrån båda läroplanerna kan man se att fler erfarenheter än färdighetsträning är av vikt för att nå kunskapsmålen i matematik.

Att ha i beaktande när man arbetar med läromedel är att ett läromedel kan bidra till både en positiv utveckling av kunskaperna såväl som en negativ beroende på *hur* läromedlet används. Den syn som lärare och elever har på matematik, som enbart det som står i boken, tyder på en enformig användning av läromedlet. Att använda läromedlet på ett ensidigt sätt kan bidra till en negativ syn på ämnet eftersom det då lätt blir "tråkigt" (Skolverket, 2003). En mer medveten undervisning, där läromedel valts strategiskt utefter målen i kursplanen, har däremot bidragit till ett mer motiverande och lustfyllt lärande, enligt skolverkets nationella kvalitetsgranskning (2003).

2.3 Synen på och användningen av läromedel i Sverige och Finland

I Sverige används läroboken i stor utsträckning som grund för undervisningen i ämnet matematik, om man jämför med hur det ser ut i övriga OCED länder (Skolverket, 2008). Skolinspektionens kvalitetsgranskning som utfördes mellan 2001 och 2002 visade att både lärare och elever ser matematik som det som står i

läroboken, och boken är även det avgör vad lektionen kommer att handla om (Skolverket, 2003). I likhet med svenska lärare använder även lärare i Finland läroboken i stor utsträckning. Men finländska lärare använder även lärarhandledningen i lika stor utsträckning, till skillnad från Sverige (Joutsenlahti & Vainionpää, 2010). Ett vanligt sätt att arbeta med matematik i Sverige är en individualisering i hur långt eleverna kommit i matematiken. Det vill säga, eleverna arbetar enskilt inom olika block i matematiken som beror på hur snabbt de räknar (Jablonka & Johansson, 2010; Isaksson, 2005). I undervisningen i Finland hålls eleverna som en samlad grupp i större utsträckning och i längre tid än i Sverige. Då det förekommer skillnader kunskapsmässigt mellan eleverna i Finland sker differentieringen inom blocket och inte inom matematiken (Isaksson, 2005). Anna Brändströms (2002) har utfört en granskning av läromedel i matematik på högstadiet. Hon skriver att om man enbart arbetar enskilt med läroboken, då följer man inte gällande styrdokument. Då hon skrev granskningen gällde LpO 94, men detta påstående stämmer fortfarande överens med gällande läroplan där det står att det ska ges utrymme för olika kunskapsformer i undervisningen och inte enbart enskilt arbete i läroboken (Skolverket, 2011).

3. Analytisk teori och analytiska frågor

Eftersom algebra är det område i läromedlen som hålls i fokus i detta arbete kommer jag ge en inblick i ämnet algebra utifrån hur olika forskare definierar algebra. Avsnitten kommer även att behandla elevers utveckling av algebraiskt tänkande samt möjliga orsaker som kan ligga bakom algebrasvårigheter. Slutligen kommer den analytiska teorin utmynna i de analysfrågor som varit av vikt vid läromedelsanalysen.

3.1 Algebra

Algebra kan beskrivas som ett område i matematiken där symboler, vanligtvis bokstäver, representerar tal eller givna talområden (Billstein, Libeskind & Lott, 2010). Bergsten m.fl (1997) beskriver bokstäverna som det synliga beviset på att det är algebra det är frågan om. Däremot kan algebra även beskrivas som ett sätt att tänka. För att öka sina kunskaper och sin förmåga att utföra uppgifter inom området algebra krävs förmågan att tänka ut olika vägar till ett algebraiskt resultat. Då vi tänker algebraiskt vid problemlösning använder vi oss av olika problemlösningstrategier så som att bilda regler för funktioner, abstrahera beräkningar och utföra räkneoperationer samt förstå processen såpass bra att vi kan göra den tvärtom (doing-undoing) (Cai, Chan Lew, Morris, Moyer, Fong Ng & Scgmittau, 2005). För att förenkla vägen till algebraiskt tänkande brukar man i tidigare årskurser arbeta med talmönster. Redan i förskolan kan man arbeta med sortering av föremål för att senare underlätta övergången till algebra (Häggström, 1995). Sådana algebraiska idéer som vanligtvis identifieras som viktiga i förståelsen av och resonemang kring algebra är enligt Cai m.fl (2005) variabler, proportionella resonemang, mönster och relationer, likvärdighet av uttryck, samt ekvationer och ekvationslösning. Nedan beskrivs dessa algebraiska idéer:

3.1.1 Variabler

I vanlig aritmetik har vi konstanta tal medan vi i algebra också har värden som varierar. Dessa kallas för variabler. Variabler kan användas inom olika området i matematiken. Exempelvis kan variabler stå för ett okänt element eller ett obekant tal, som i uppgiften $x+7=13$. Variabeln x kan bytas ut mot vilket tal som helst, men enbart ett tal gör uppgiften korrekt.

Vidare kan variabler representera mer än en sak. För att beskriva detta kan man tänka att man har en grupp barn där barnens längd varierar efter barnens ålder. Om l i det här fallet representerar barnens längd och $å$ representerar barnens ålder kommer båda variablerna variera för varje barn. I fallet som nyligen beskrevs representerar variablerna en föränderlig kvantitet.

Variabler kan även användas för att generalisera mönster, då vi byter ut variablerna mot värden skulle instruktionen gälla i alla situationer för alla tal (Billstein, Libeskind & Lott, 2010).

3.1.2 Proportionella resonemang

Proportionella resonemang innebär i princip förmåga att identifiera de variabler som är involverade i ett problem eller en uppgift och sedan identifiera relationen mellan variablerna. Denna förmåga är viktig då man exempelvis ska ändra antal portioner i ett recept. I proportionalitet är det relationen mellan två olika mängder/variabler som undersöks (Billstein, Libeskind & Lott, 2010). Exempel på proportionella resonemang är exempelvis dubbelt och hälften (Skolverket, 2011).

3.1.3 Mönster och relationer

Ett mönster består av en rad specifika tal eller objekt som alla är relaterade till varandra på grund av en specifik regel (ICoachMath, 2012a). En relation är kortfattat ett samband mellan två storheter (Nationalencyklopedin, 2012b).

Exempel på talmönster:

0 1 2 3 5 8 13 21 34

där talen är relaterade till varandra enligt regeln $F(n) = F(n-1) + F(n-2)$

3.1.4 Likvärdighet av uttryck

Ett matematiskt uttryck är exempelvis $2+3$. Algebraiska uttryck är likvärdiga om värdena som uttrycken erhåller efter att variablerna ersatts är densamma. För att visa att två uttryck är likvärdiga brukar symbolen (=) användas (ICoachMath, 2012b). Då x ersatts i exemplet nedan med 2 blir uttrycken likvärdiga.

Exempel: $3x+4 = 5x$

3.1.5 Ekvationer och ekvationslösning

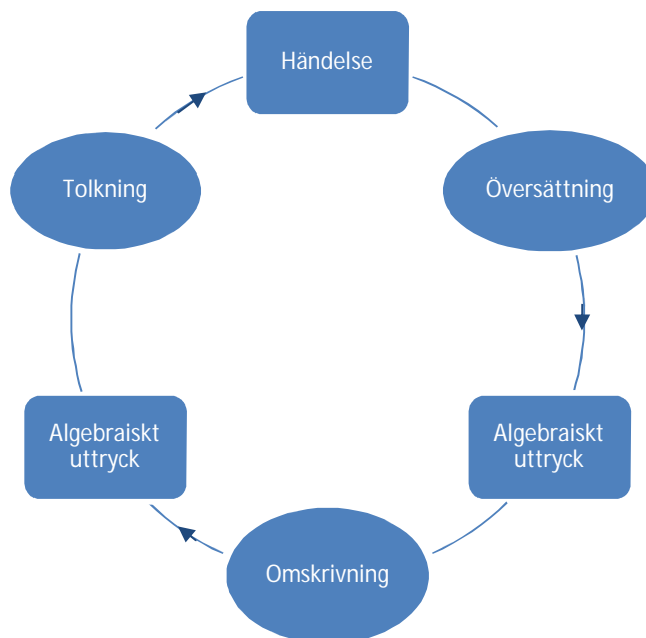
En ekvation är ett sammanhang, i detta sammanhang finns ett obekant tal. Syftet med ekvationen är att komma på vad det obekanta talet är (ekvationslösning). Ett lätt exempel på en ekvation är $x+3=2x$ (Nationalencyklopedin, 2012c).

3.2 Vägen till algebraiskt tänkande

Innan det handlar om algebra måste man kunna arbeta genomgående med det algebraiska symbolspråket över faserna *aritmetik*, *pre-algebra* och *inledande algebra* (Bergsten, 1997). *Aritmetik* är kortfattat den gren inom matematiken där man behandlar de fyra räknesätten (Nationalencyklopedin, 12a). *Pre-algebra* innefattar förberedande aktiviteter som pågår under skolåren innan man inför den egentliga algebran. Aktiviteterna är nödvändiga för att på ett naturligt sätt kunna presentera algebra (Bergsten, 1997). Pre-algebraiska aktiviteter är i allmänhet arbete med mönster och talmönster, och samband och relationer. De här två grupperna ses som kungsvägar till den egentliga algebran (Persson, 2002). *Inledande algebra* kallas fasen då bokstavssymbolerna börjar användas. (Bergsten, 1997). Tidigare ansåg man att bokstavssymbolerna borde införas i en specifik ålder, vilket inte längre är fallet. Nu ser man att bokstavssymbolerna kan införas när eleverna är mogna för det (Persson, 2002). Både Bergsten (1997) och Persson (2002) anser att det är viktigt att ge denna fas tid och inte alltför snabbt helt och hållet övergå till bokstavsräkning. Många elever kan ha svårigheter med att förstå symbolerna långt upp i åldrarna.

Tre viktiga aspekter vid arbetet med algebrans bokstavssymboler är:

- *Översättning* till ett symboluttryck
- *Omskrivning* av symboluttryck
- *Tolkning* av symboluttryck



Figur 1. Den algebraiska cykeln. Se Bergsten, 1997

De tre ovan nämnda aspekter, eller faser, ger tillsammans den algebraiska cykeln. Ofta beskrivs ett problem med vanligt språk. Genom fas 1 översätter man informationen i texten till ett matematiskt symboluttryck, sedan kan detta bearbetas med algebraisk omskrivning i fas 2. Den omskrivningen som sker i fas 2 kallas för *manipulering* och är en av de två funktioner som det algebraiska symbolspråket har. Den andra funktionen är en *representativ*. Genom manipuleringen i fas 2 och med hjälp av algebran kan man finna en lösning till eller beskrivning av problemet genom att tolka (fas 3) det symbolspråk som man fått fram till vanligt språk (Bergsten, 1997). Att ha ett utvecklat språk då det kommer till att beskriva mönster och generaliseringar är viktigt vid senare introduktion till algebra, här måste lärarna se till att eleverna i grundskolans tidiga år får den bas som de behöver stå på. Eleverna måste få tid till att utveckla sitt matematiska språk (Hägström, 1995).

3.3 Orsaker till svårigheter i området algebra

Inledningsvis beskrevs algebra som det matematiska område som visat sig problematiskt för svenska elever (Skolverket, 2010). Enligt Malmer (2002) kan svårigheter uppstå då det matematiska språket ändrar karaktär. Enligt henne hade många svårigheter kunnat undgås om övergången från aritmetiken till algebran skett på ett "mjukare" sätt. Hon säger även att ju tidigare elever får bekanta sig med användandet av bokstavssymboler, desto lättare kommer de få att acceptera det skrivsätt som algebran innebär. Bergsten (1997) och Persson (2002) håller med om att införandet av bokstavssymboler kan bli förvirrande för eleverna. Framst då bokstäverna redan har en funktion i språket, men i matematiken har en helt annan.

De skriver även att en abstrakt och snårig väg till algebraiskt tänkande kan skapa en negativ attityd till hela matematikämnet.

Ovan nämnda faser i den algebraiska cykeln (översättning, omskrivning och tolkning) är alla lika viktiga då det kommer till algebraiskt tänkande. De samspelar med varandra och fyller en gemensam funktion. Cykeln blir oanvändbar om en av faserna missunnas. I skolan händer det ofta att det läggs mycket tid åt omskrivningen men inte åt översättning och tolkning. Ett sådant arbete där alla faser inte får lika mycket utrymme riskerar att eleverna får en sned bild av vad algebra är. Symbolhanteringen tappar sin mening och arbetet blir ofta mekaniskt. Detta kan i sin tur leda till att man inte förstår varför reglerna fungerar eller varför de finns, symbolerna man räknar med saknar mening. Reglerna som används för omskrivning bygger på tolkningen av bokstavssymbolerna som tal, de är alltså inte godtyckliga (Bergsten, 1997).

Häggström (1995) skriver att många elever har en begränsad uppfattning av vad bokstavssymbolerna står för. Detta trots flera år av algebrastudier. Han hänvisar till en undersökning gjord av Dietmar Kücheman (1981) som kommit fram till sex olika elevuppfattningar av bokstavssymbolerna:

- *Bokstaven tilldelas ett värde:* bokstaven ges från början ett numeriskt värde. Exempelvis om $a + 6 = 10$ vad kan du då säga om a ? I uppgifter som denna räcker det att tilldela bokstaven ett numeriskt värde.
- *Bokstaven används inte:* I denna kategori ignoreras bokstäverna eller så ges de ingen mening. Exempelvis om $a + b = 86$, vad kan du då säga om $a + b + 2$? I denna uppgift kan man få 88 om man eliminerar $a + b$.
- *Bokstaven används som objekt eller förkortning:* Här betraktas bokstaven antingen som ett eget objekt eller som en förkortning för ett objekt. Exempelvis $6a + 2a = ?$. Här kan eleven tolka bokstaven som ett objekt ($a =$ apelsin), då blir uppgiften rätt enkel. 6 apelsiner + 2 apelsiner = 8 apelsiner. En sådan här misstolkning fungerar visserligen i den här typen av uppgifter. Men kan leda till svårigheter i andra.
- *Bokstaven används som ett specifikt, okänt tal:* Eleverna kan operera med bokstäverna direkt eftersom de ses som speciella, okända tal. Exempelvis *Multiplitera $n + 6$ med 8*. Eleven måste kunna tolka n som ett tal för att denna typ av uppgift ska bli meningsfull.
- *Bokstaven används som ett godtyckligt tal:* Eleverna har förståelse för att bokstäverna representerar/ har möjlighet att representera fler än ett värde. Exempel om $c + d = 10$ och $c < d$, vad kan du då säga om c ? Här kan bokstaven stå för fler än ett värde.
- *Bokstaven används som variabel:* Eleven har förståelse för att bokstäver kan stå för en rad ospecificerade värden, och att det finns ett systematiskt förhållande mellan två sådana mängder av värden.

De tre första av ovanstående elevuppfattningar representerar en lägre nivå av uppfattningar. En sådan förståelse räcker till för att klara av en del algebraiska

uppgifter, men i grund och botten undviker eleverna egentligt algebraiskt tänkande. För att få en grundlig förståelse för algebra måste eleverna först och främst få en förståelse för att en bokstav kan stå för ett visst tal (Häggström, 1995).

Ett möjligt sätt att utöka elevförståelsen för algebra kan vara att flytta tyngdpunkten i algebra från färdighetsträning till logisk förståelse för de manipulationer som görs samt hur man uttrycker idéer och matematiska modeller algebraiskt (Häggström, 1996). Det vill säga, ge eleverna de redskap som de behöver för att få en djupare förståelse för vad algebra egentligen är. Genom att från en låg ålder ge eleverna de redskap de behöver för denna djupare förståelse kan möjligtvis övergången till algebra ske på ett sådant mjukt sätt som Malmer (2002) beskriver.

3.4 Analytiska frågor

De teorier kring algebra som presenteras ovan har gett mig följande analysfrågor:

- Vilka olika typer av algebraiska och pre-algebraiska kategorier finns i läromedlet?
- Hur frekvent förekommer de?
- Finns det någon skillnad mellan det finska och det svenska läromedlet då det kommer till dessa typer av uppgifter?

4. Metodologi

Det tillvägagångssätt som använts i detta arbete för att ge svar på syftet och frågeställningarna är en läromedelsanalys. Kapitlet som följer kommer beskriva hur analysen har genomförts samt hur läromedelsserierna valdes ut. Arbetet är en kvantitativ studie, vilket innebär en insamling av fakta, som analyseras med syfte att finna lagbundenheter och mönster. Studien är även komparativ, då jag belyser likheter och skillnader i de två läromedelsserierna i arbetet (Stukát, 2005).

4.1 Läromedlens avgränsning och urval

Den läromedelsanalys som utförts har begränsats till två läromedelsserier. Det som analyserats i serien är enbart elevböckerna för årskurs 1-6. Arbetet har avgränsats till det matematiska området algebra och därmed har jag enbart analyserat de uppgifter som berör algebra och pre-algebra.

Då jag valde ut läromedel låg fokus på att analysera vanligt förekommande läromedel i länderna.

4.2 Beskrivning av läromedlen

Avsnittet som följer innefattar en kort beskrivning av de läromedel som analysen omfattar. Informationen kring läromedlen är hämtad från förlagens hemsidor och för vidare information hänvisas läsaren dit.

4.2.1 Matte Direkt

Läromedelsserien Matte Direkt ges ut av förlaget Sanoma utbildning. Läromedlet är svenskt och sträcker sig från årskurs F-6. Läromedlet som används i årskurs 1-3 kallas för Matte Direkt Safari och för årskurs 4-6 finns Matte Direkt borgen. Förskoleklassen har sin egen matematikbok, men den analyseras inte i detta arbete (SanomaUtbildning, 2012a; SanomaUtbildning, 2012b).

4.2.1.1 Matte Direkt Safari

Läromedlet för åk 1 består av:

- Elevbok (A & B)
- Lärarhandledning
- Läxbok

Läromedlet för åk 2-3 består av:

- Elevbok (A & B)
- Lärarhandledning
- Läxbok

4.2.1.2 Matte Direkt Borgen

Läromedlet för åk 4-6 består av:

- Elevbok (A & B)
- Lärarhandledning
- Läxbok
- Facit

4.2.2 Min Matematik

Läromedelsserien Min matematik ges ut av förlaget Schildts. Läromedlet är finskt men har däremot svensk text. Serien sträcker sig från årskurs 1-6 och för åk 1-4 finns två läroböcker och för åk 5-6 en lärobok per år (Asikainen, K., Fälden, H., Nyrhinen, K., Rokka, P., Vehmans, P., Törnroos, S., Westerlund, K., 2012).

Läromedlet för åk 1-2 består av:

- Lärobok (A & B)
- Lärarhandledning

Läromedlet för åk 3-4 består av:

- Lärobok (A & B)
- Lärarhandledning
- Elevfacit

Läromedlet för åk 5-6 består av:

- Lärobok
- Lärarhandledning
- Elevfacit
- Extra prov

4.3 Tillvägagångssätt

Det inledande arbetet som utfördes bestod av litteraturläsning. Litteraturen som använts är artiklar, vetenskapliga rapporter och examensarbeten med relevans för arbetet. Den insamlade informationen sammanställdes efter detta i ett kapitel som jag valde att kalla för *analytisk teori*. Teorin har sedan legat till grund för mitt analytiska verktyg. Verktuget användes först för att utreda hur algebra behandlas i kursplanerna i Sverige och i Finland. Utifrån teorin samt kursplanerna kunde jag sammanställa pre-algebraiska och algebraiska områden av vikt för förståelsen för algebra. Först efter detta kunde jag påbörja själva läromedelsanalysen.

För att ge läromedelsanalysen en struktur använde jag mig av ett protokoll där de pre-algebraiska och algebraiska uppgifterna i läromedlen dokumenterades utefter det algebraiska område uppgiften tillhörde. I läromedlen analyserades både speciella avsnitt för algebra, samt typ-uppgifter och ströuppgifter. Med typ-uppgifter menas regelbundet, återkommande uppgifter som tränar förståelsen för algebra, men som inte ligger under ett speciellt avsnitt för algebra. Ströuppgifter innebär uppgifter som inte är under ett avsnitt för algebra, men som ändå är av pre-algebraisk eller algebraisk karaktär. Till skillnad från typ-uppgifterna återkommer ströuppgifterna inte regelbundet i läromedlen. Elevböckerna analyserades en i taget och det är samtliga algebraiska uppgifter som analyserats, det vill säga även textuppgifter. Slutligen sammanställdes de likheter och skillnader som ländernas respektive läromedel har.

Områdena som analyserats är:

- Likhetstecknets betydelse
- Logisk slutledning
- Enkla geometriska mönster
- Enkla mönster i talföljder
- Räknesättens samband
- Räknesättens ordningsföljd
- Någon symbol för obekant tal
- Bokstavssymbol för obekant tal
- Generaliserad aritmetik
- Proportionella samband

4.4 Studiens tillförlitlighet

Att föra en diskussion kring arbetets reliabilitet och validitet är viktigt och nödvändigt. Alla undersökningar har brister och det är viktigt att visa sig medveten om dessa (Stukát, 2005). För att svara på mina forskningsfrågor har jag valt att använda mig av en läromedelsanalys samt en jämförelsestudie. Jag har utgått från de analysfrågor som uppkom i den analytiska teorin. Dessa har fungerat som riktlinjer då jag byggt upp mitt analysverktyg samt genomfört analysen.

Då detta varit min första läromedelsanalys finns en risk för brister i själva analysen. Jag kategoriserade typiska algebraiska och pre-algebraiska uppgifter och letade efter sådana uppgifter i läromedlen, däremot höll jag analysverktyget öppet för fler kategorier i fall dessa skulle dyka upp. För att göra min analys så tillförlitlig som möjligt har jag gått igenom läromedlen grundligt en gång men vid oklarheter gått igenom elevböckerna en gång till. Trots detta finns en risk att jag missat någon uppgift eller någon kategori.

Min egen kunskap kring området algebra har från det att jag började skriva uppsatsen ökat. Jag har bland annat ökat min förståelse för hur brett området är. Om jag har varit osäker på huruvida en uppgift är algebraisk eller inte har jag hoppat över uppgiften och följt strukturen i mitt analysverktyg.

De läromedel som analyserats från Finland har varit nyutgivna medan de analyserade svenska läromedlen till stor del var äldre upplagor från 2010. Det som är viktigt att tänka på här är att det sedan 2010 i Sverige skett ett byte av läroplan. Det nyutgivna läromedlet i Sverige har anpassats till den nya läroplanen, men detta har jag inte kunnat ta hänsyn till i denna uppsats. Jag anser att detta inte påverkar tillförlitligheten, men är något som ändå borde beaktas som läsare.

4.5 Algebra i den svenska och den finska kursplanen i matematik

För att undersöka hur algebra behandlas i respektive lands kursplan i matematik har jag läst kursplanerna och lyft de skillnader och likheter som finns dem emellan. Jag har även gjort en koppling mellan kursplanerna och forskning kring algebra. Resultatet har jag sammanställt i arbetets resultatdel som följer här efter.

5. Resultat och analys

Följande avsnitt presenterar det resultat som analysen av läromedelsserierna gett. Analysfrågorna ligger till grund för resultatet som presenteras utifrån den analytiska teori arbetet grundar sig på. Inledningsvis ges en inblick i hur algebra behandlas i ländernas respektive kursplaner, och en jämförelse mellan ländernas kursplaner. Därefter presenteras resultatet av analysen där de algebraiska områden som läromedelsserierna innehåller framgår. Efter detta ges en jämförelse mellan läromedelsseriernas algebraiska uppgifter procentuellt samt en inblick i hur uppgifterna kan se ut i respektive läromedelsserie. Slutligen ges en sammanfattande analys kring de likheter och skillnader som observerats mellan läromedelsserierna.

5.1 Jämförelse av hur algebra behandlas i respektive länders kursplaner i matematik

Följande avsnitt presenterar hur algebra behandlas i respektive länders kursplaner i matematik. Jag börjar med att presentera det kursplanerna tar upp kring algebra och avslutar med en jämförande analys av dessa kursplaner.

5.1.1 Grunderna för läroplanen för den grundläggande utbildningen 2004 (Fin) – Ggl 04

I likhet med den svenska kursplanen i matematik gäller även den finska hela grundskolan. Uppdelningen av årskurser ser, i jämförelse med den svenska kursplanen, lite annorlunda ut. Här är de mål eleverna ska tillägna sig uppdelade i årskurs 1-2, årskurs 3-5 och årskurs 6-9. Under rubriken "centralt innehåll" finns fem matematiska områden varav ett är algebra. Där finns det sammanställt vilka algebraiska färdigheter som eleverna ska tillägna sig. I den finska kursplanen finns algebra inte enbart under centralt innehåll utan även under de mål som eleverna ska uppfylla.

Eftersom jag enbart ska analysera läromedel från årskurs 1-6 kommer jag inte ta upp det centrala innehållet i algebra för årskurs 6-9 utan enbart för de tidigare årskurserna.

Detta står i den finska kursplanen för matematik (Ggl 04) angående algebra för årskurs 1-2:

Mål

Eleven skall

- Förstå att begreppen bildar strukturer
- Lära sig att motivera sina lösningar och slutsatser med konkreta modeller och hjälpmedel, med bilder, muntligt eller skriftligt och lära sig att i fenomen hitta likheter och olikheter, lagbundenheter och beroendeförhållanden

Centralt innehåll

Algebra

- *Att i bilder se regelbundenheter, förhållanden och beroenden*
- *Enkla talföljder*

Under rubriken *Profil för goda kunskaper i slutet av årskurs 2* hittar man även följande punkt då det kommer till algebrafärdigheter:

Tal räkneoperationer och algebra

Eleven

- *Kan dela upp och kombinera tal, jämföra tal, bilda summor och talföljder; han eller hon känner till jämna tal och udda tal.*

I årskurs 3-5 ska eleverna tillägna sig följande algebraiska färdigheter:

Mål

Eleven skall

- *Finna likheter och skillnader, lagbundenheter och beroendeförhållanden i olika fenomen*

Centralt innehåll

Algebra

- *Begreppet uttryck*
- *Att tolka och skriva talföljder*
- *Regelbundenheter, förhållanden och beroenden*
- *Att söka lösningar till ekvationer och olikheter genom slutledning*

Under rubriken *Profil för goda kunskaper i slutet av årskurs 5* hittar man följande punkter då det kommer till algebrafärdigheter:

Tal, räkneoperationer och algebra

Eleven

- *Kan bilda och fortsätta talföljder och presentera beroendeförhållanden*

5.1.2 Läroplanen för grundskolan, förskoleklassen och fritidshemmet 2011 (Sv) – Lgr 11

Den svenska kursplanen i matematik är den samma för hela grundskolan. Målen som finns i kursplanen i matematik är indelad i tre delar. Den första för årskurs 1-3, den andra för årskurs 4-6 och den sista för årskurs 7-9. Under rubriken "centrala innehåll" finner man sex olika matematiska områden som ska behandlas i undervisningen. Ett av dessa områden är algebra. I de övriga områdena kan man också finna bitar som enligt min mening har nära koppling till algebra eller pre-algebra. Även dessa bitar har jag tagit med som de kunskaper som presenteras här nedan.

De kunskaper som eleverna ska tillägna sig i området algebra i årskurs 1-3 enligt Lgr 11 är följande:

Algebra

- *Matematiska likheter och likhetstecknets betydelse*
- *Hur enkla mönster i talföljder och enkla geometriska mönster kan konstrueras, beskrivas och uttryckas.*

Taluppfattning och tals användning

- De fyra räknesättens egenskaper och samband samt användning i olika situationer

Samband och förändringar

- Olika proportionella samband, däribland dubbel och hälften

I årskurs 4-6 ska eleverna tillägna sig följande algebraiska färdigheter:

Algebra

- Obekanta tal och deras egenskaper samt situationer där det finns behov av att beteckna ett obekant tal med en symbol
- Enkla algebraiska uttryck och ekvationer i situationer som är relevanta för eleven
- Metoder för enkel ekvationslösning
- Hur mönster i talföljder och geometriska mönster kan konstrueras, beskrivas och uttryckas

Samband och förändring

- Proportionalitet och procent samt deras samband
- Grafer för att uttrycka olika typer av proportionella samband vid enkla undersökningar

I slutet av kursplanen listas de kunskapskrav som eleverna ska ha tillägnat sig i matematik. I årskurs tre ska eleverna ha tillägnat sig följande algebraiska kunskaper:

Eleven kan även använda och ge exempel på enkla proportionella samband i elevnära situationer [...] Eleven kan föra och följa matematiska resonemang om val av metoder och räknesätt samt om resultatets rimlighet, slumpmässiga händelser, geometriska mönster och mönster i talföljder genom att ställa och besvara frågor som i huvudsak hör till ämnet. s. 67-68

I slutet av årskurs 6 listas kraven för betygen A-E. Det som står angående området algebra är att eleverna på de olika betygsnivåerna ska klara av att utföra beräkningar och rutinuppgifter inom algebra.

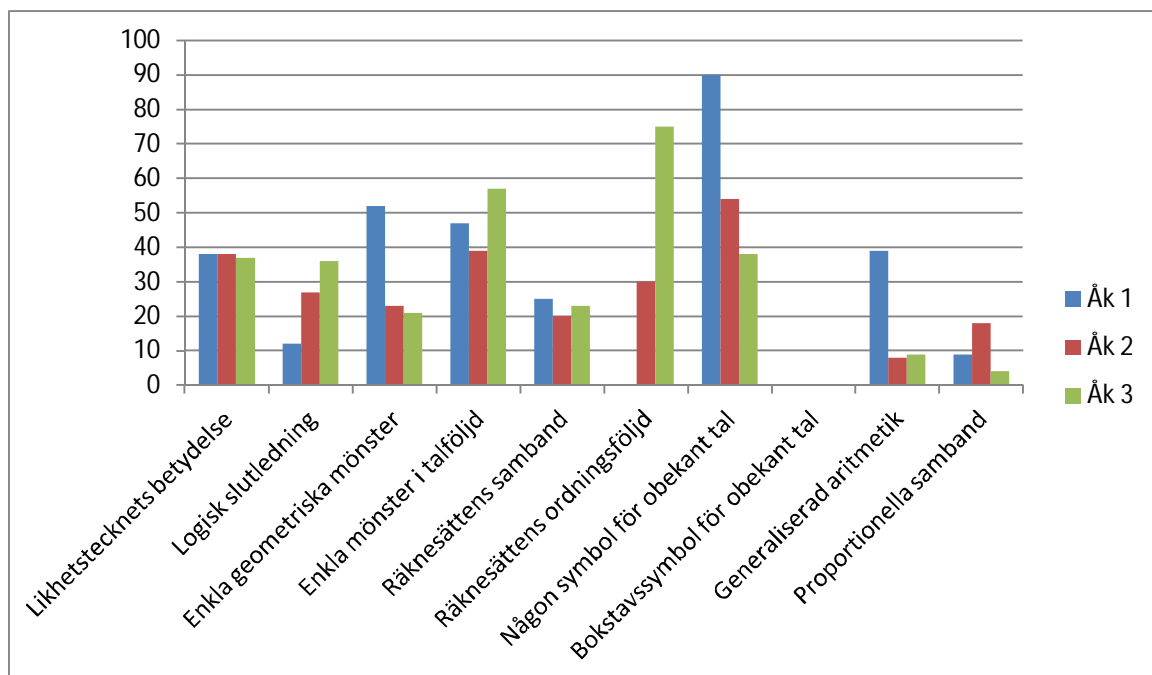
5.1.3 Jämförande analys av den svenska och finska kursplanen i matematik

I det stora hela är kursplanerna i matematik i både Finland och Sverige rätt lika innehållsmässigt då det kommer till området algebra. De behandlar båda sådana algebraiska idéer som är av vikt för förståelsen av algebra. En skillnad är att de använder sig av olika ordval i beskrivningen av kunskapsmålen för de lägre årskurserna. För årskurs 1-3 använder den svenska kursplanen begrepp som exempelvis "*räknesättens egenskaper och samband*", "*geometriska mönster*" medan den finska kursplanen för årskurs 1-2 använder sig av begreppen "*regelbundenheter, förhållanden och beroenden*". Det vill säga, den svenska kursplanen är mer specifik då det kommer till vilka kunskaper eleverna ska tillägna sig i de lägre årskurserna. Då det kommer till årskurs 4-6 i svenska kursplanen och 3-5 i finska kursplanen är innehållet fortsättningsvis lika. Däremot tar finska kursplanen upp "*begreppet uttryck*" till skillnad från svenska kursplanen där eleverna ska kunna "*enkla algebraiska uttryck*". Den finska kursplanen behandlar inte enbart färdigheterna utan även den språkliga aspekten av algebra då det kommer till uttryck. Den mest

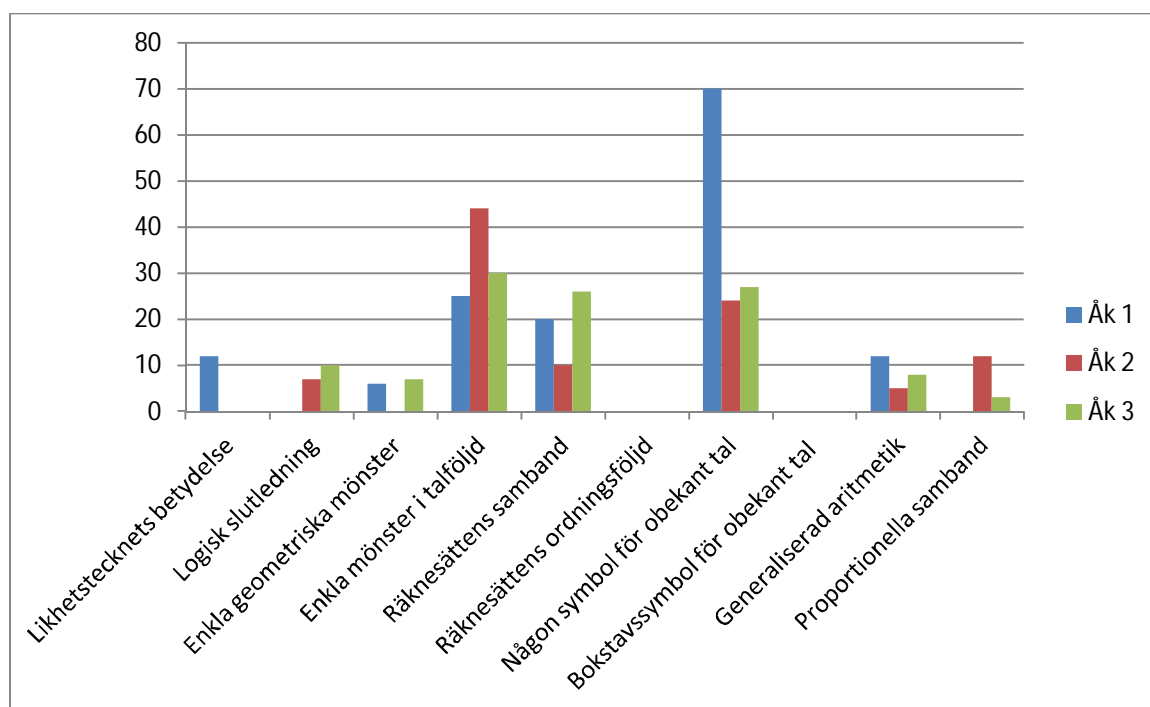
tydliga skillnaden i kursplanerna är ändå hur årskurserna delas upp. Den finska delas alltså upp i årskurs 1-2, 3-5 och 6-9 gentemot svenska kursplanen där årskurserna delas 1-3, 4-6 och 7-9. Med tanke på att kursplanerna i princip innehåller samma sak drar jag följande slutsats: Då finska elever ska ha förvärvat samma kunskaper i årskurs 2 som svenska elever ska kunna i årskurs 3, samt kunskapsmässigt ska kunna samma sak i årskurs 5 som de svenska eleverna ska kunna i årskurs 6 borde de finska eleverna rimligtvis kunskapsmässigt ligga en årskurs före de svenska eleverna.

5.2 Algebra i läroböckerna

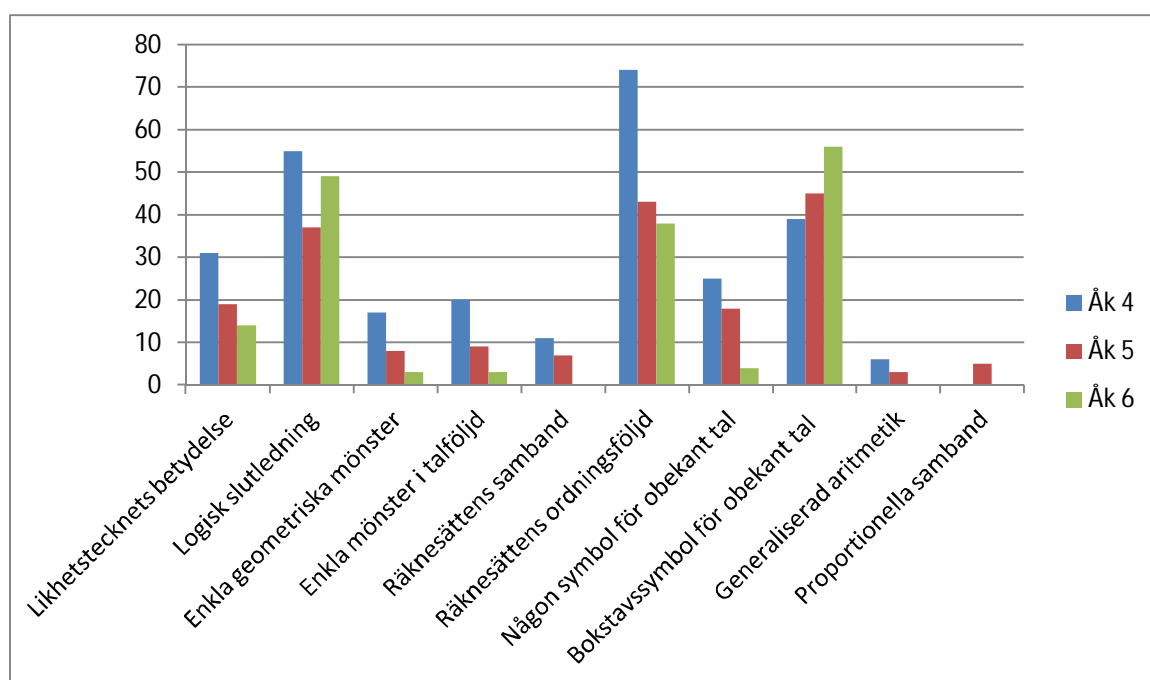
Utifrån den analytiska teorin kring algebra kan läsas att bokstavssymbolerna är det synliga tecknet på att det är algebra det är frågan om. Algebra beskrevs även som ett sätt att tänka, och förmågan att tänka algebraiskt beskrevs som en värdefull egenskap i utförandet av algebraiska uppgifter. De idéer som identifierats som viktiga i frågan om förståelsen av algebraiska resonemang var variabler, proportionella resonemang, mönster och relationer, likvärdighet av uttryck, samt ekvationer och ekvationslösning (Cai, 2005). Tabellerna som följer kommer ge en överblick över vilka av dessa idéer som läromedlen innehåller. Tabell 1 och 3 omfattar det finska läromedlet *Min Matematik* och tabell 2 och 4 omfattar det svenska läromedlet *Matte Direkt*. Efter tabellerna ges en grundligare förklaring av tabellerna samt hur resultatet tolkas utifrån den analytiska teorin.



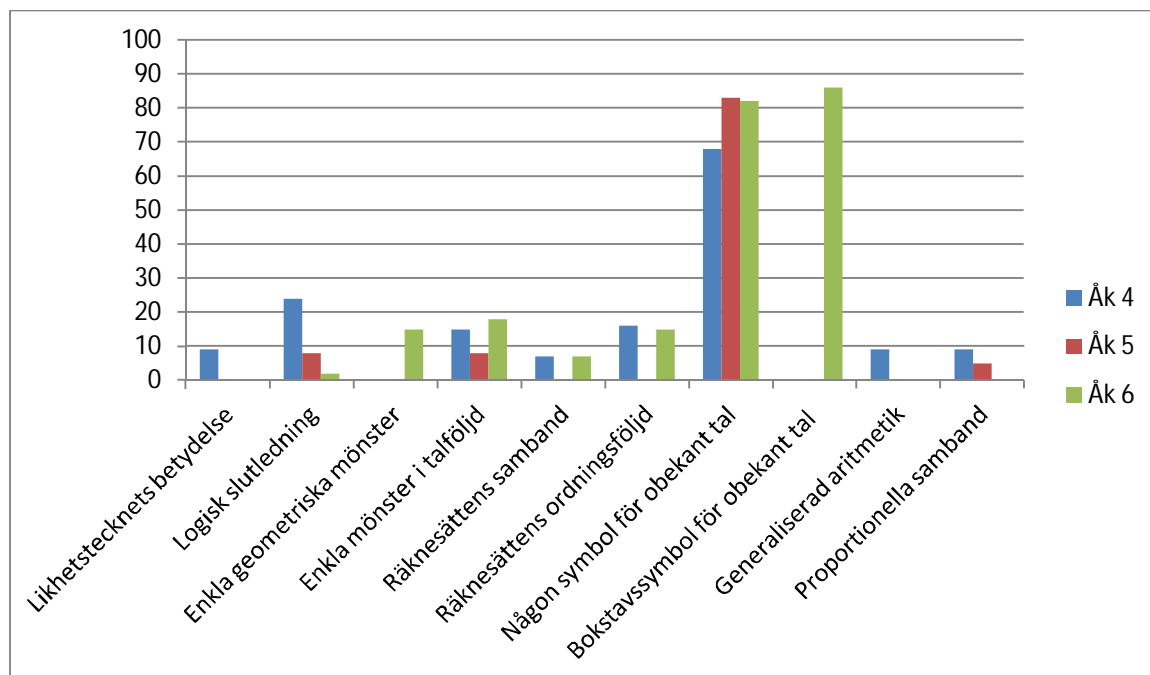
Tabell 1 Algebraiska uppgifter i *Min Matematik* för årskurs 1-3



Tabell 2 Algebraiska uppgifter i Matte Direkt årskurs 1-3



Tabell 3 Algebraiska uppgifter i Min Matematik årskurs 4-6



Tabell 4 Algebraiska uppgifter i Matte Direkt årskurs 4-6

5.2.1 Tabellernas koppling till den analytiska teorin

Av Cais (2005) algebraiska idéer som presenterades i den analytiska teorin kunde samtliga urskiljas mer eller mindre i läromedlen. Här följer en kort redogörelse för hur kategorierna i tabellerna hör ihop med dessa idéer:

- *Likhetstecknets betydelse* går under kategorin likvärdighet av uttryck.
- *Enkla geometriska mönster*, *enkla mönster i talföljd*, *räknesättens samband*, *räknesättens ordningsföljd* och *generaliserad aritmetik* går under kategorin mönster och relationer.
- *Proportionella samband* går under kategorin proportionella resonemang.
- *Någon symbol för obekant tal* och *bokstavssymbol för obekant tal* går under kategorin ekvationer och ekvationslösning.
- *Bokstavssymbol för obekant tal* går även under kategorin variabler eftersom det är då dessa introduceras som eleverna blir introducerade till variabler.
- *Logisk slutledning* faller inte direkt in i någon av kategorierna men behandlar ändå sådana uppgifter som förbereder det algebraiska tänket.
- Då det kommer till *proportionella samband* har jag enbart tagit med sådana uppgifter som behandlar dubbelt och hälften.

5.2.2 Algebra i Min Matematik och dess koppling till finska kursplanen i matematik (tabell 1 och 3)

Min Matematik presenterar nästan samtliga av tabellens kategorier redan i årskurs 1, med undantag för *räknesättens ordningsföljd* och *bokstavssymbol för obekant tal*. *Räknesättens ordningsföljd* presenteras i årskurs 2 och *bokstavssymbol för obekant tal* i årskurs 4. Införandet av bokstavssymboler i årskurs 4 är i enlighet med kursplanen då det är först i årskurserna 3-5 som eleverna ska tillägna sig kunskaper i att söka lösningar till ekvationer.

Uppgifter som hör till kategorierna *enkla geometriska mönster*, *enkla mönster i talföljd*, *räknesättens samband*, *generaliserad aritmetik* och *proportionella*

samband förekommer mer frekvent i böckerna ämnade för årskurs 1-3 än för årskurserna 4-6. De pre-algebraiska och algebraiska områden som behandlas mest frekvent i årskurs 1-3 är *likhetstecknets betydelse*, *enkla geometriska mönster*, *enkla mönster i talföljd*, *räknesättens ordningsföljd* och *någon symbol för obekant tal*. I årskurs 4-6 är det områdena *logisk slutledning*, *räknesättens ordningsföljd* och *bokstavssymbol för obekant tal* som behandlas mest frekvent. I arbetet med dessa uppgifter får eleverna träna på att förstå att begreppen bildar strukturer och att dela upp och kombinera tal. De är med andra ord inräknade i kategorierna i tabell 1 och 3. Enligt kursplanen ska eleverna tillägna sig en förståelse för begreppet uttryck. Detta tas upp i läromedlet med både förklaring av begreppet och uppgifter.

Att hitta likheter och olikheter, lagbundenheter och beroendeförhållanden står genomgående i kursplanen från årskurs 1-5. I läromedelsserien får eleverna genomgående arbeta med sådana uppgifter, dock förekommer de mer frekvent i årskurs 1-3. De kategorier som faller under *likheter och olikheter*, *lagbundenheter* och *beroendeförhållanden* men som läromedelsserien inte behandlar lika grundligt är *räknesättens samband*, *generaliserad aritmetik* och *proportionella samband*.

5.2.3 Algebra i Matte Direkt och dess koppling till svenska kursplanen i matematik (tabell 2 och 4)

I Matte Direkt förekommer de pre-algebraiska och algebraiska områdena mer spritt. De algebraiska uppgifter som förekommer mest i böckerna ämnade för årskurs 1-3 är *enkla mönster i talföljd*, *räknesättens samband* och *någon symbol för obekant tal*. Enligt kursplanen i matematik är *enkla mönster i talföljd* och *räknesättens egenskaper* områden som eleverna ska lära sig i dessa årskurser.

I böckerna ämnade för årskurs 4-6 är det kategorin *någon symbol för obekant tal* och *bokstavssymbol för obekant tal* som förekommer mest frekvent. Det är först i årskurserna 4-6 som eleverna ska lära sig obekanta tal och dess egenskaper, och att kunna beteckna obekanta tal med en symbol, så detta sker i enlighet med kursplanen. Det man ser utifrån tabell 2 är att eleverna redan i årskurs 1-3 får träna på att beteckna obekanta tal med en symbol.

Räknesättens ordningsföljd och *bokstavssymbol för obekant tal* presenteras inte alls i böckerna för årskurs 1-3 och uppgifter som tränar *likhetstecknets betydelse* förekommer enbart i årskurs 1 och årskurs 4. Att bokstavssymbolerna introduceras senare är i enlighet med kursplanen. Likhetstecknets betydelse borde däremot behandlas grundligare i läromedelsserien om det ska vara i enlighet med kursplanen då eleverna i årskurs 1-3 ska lära sig *matematiska likheter och likhetstecknets betydelse*. I böckerna för årskurs 4-6 presenteras både *räknesättens ordningsföljd* och *bokstavssymbol för obekant tal*, vilket är i enlighet med kursplanen.

Det som kursplanen tar upp som inte förekommer i någon större utsträckning i läromedelsserien är *enkla geometriska mönster* och *proportionella samband*. Men proportionella samband menas här då enbart uppgifter av typen dubbelt och hälften.

Det som bör observeras då det kommer till tabell 1 och 4 är att dess proportioner jämfört med tabell 2 och 3 ser annorlunda ut på grund av värdena i dessa tabeller går upp till 100 och inte 80 som i övriga tabeller. Ytterligare en observation är att av de läromedel från serien *Matte Direkt* som jag analyserat var de flesta äldre upplagor som ej ännu hunnit anpassats till nya läroplanen. Däremot finns det nytvignva

exemplar som har anpassats till Lgr 11, men alla dessa har jag inte haft möjlighet att analysera.

5.2.4 Tolkning utifrån den analytiska teorin

Av de idéer som Cai m.fl. (2005) presenterar som viktiga för förståelsen av vad algebra är förekommer samtliga i läromedlen, men de förekommer mer frekvent i det finska läromedlet *Min Matematik*. Enligt Persson (2002) är grupperna *mönster och talmönster* och *samband och relationer* två kungsvägar till egentlig algebra. Uppgifter av detta slag ses om pre-algebraiska uppgifter.

I *Min Matematik* förekommer uppgifter av detta slag frekvent från årskurs 1-3 men mer sällan i årskurs 4-6. Att de förekommer mer sällan i årskurs 4-6 kan bero på att övergången från pre-algebra till inledande algebra påbörjas i årskurs 4. Inledande algebra kallas fasen då bokstavssymbolerna börjar användas.

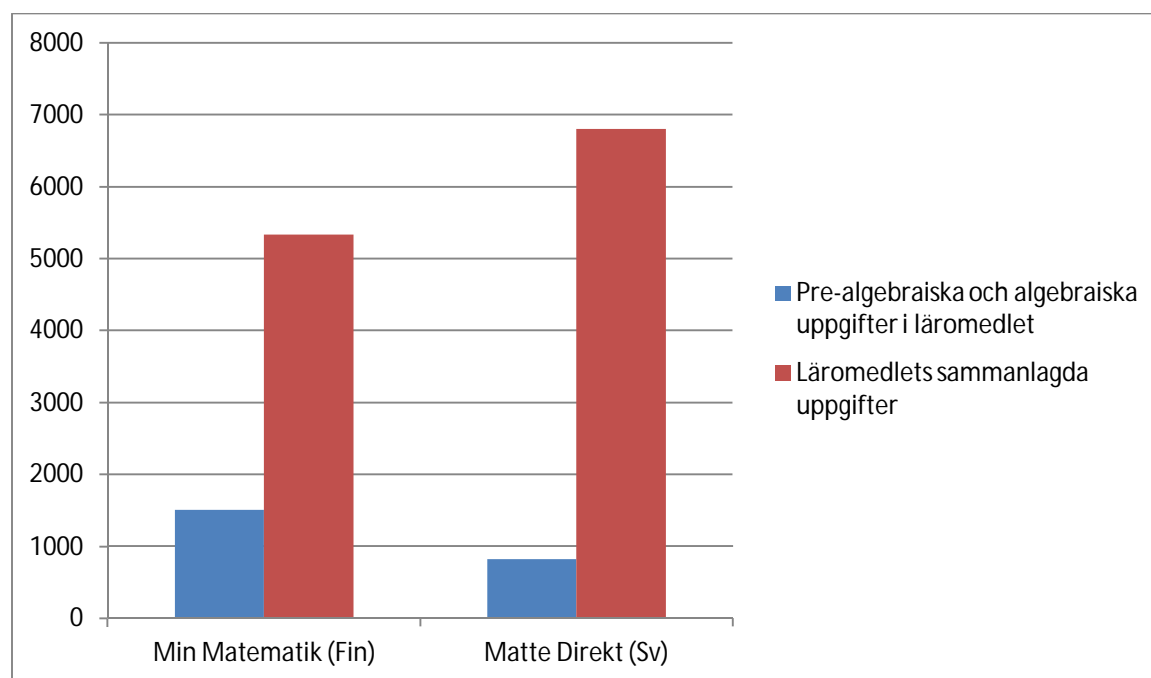
I *Matte Direkt* förekommer *enkla mönster i talföljd*, *räknesättens samband* och *generaliserad aritmetik* frekvent från årskurs 1-3. *Räknesättens ordningsföljd* har ännu inte presenteras i dessa årskurser och *enkla geometriska mönster* presenteras i två av de sex böckerna. Alla de kategorier som nyss räknades upp faller in under Perssons (2002) grupper för kungsvägar till egentlig algebra. Träning i mönster får eleverna från talföljder trots de få uppgifterna som finns av geometriska mönster. Uppgifter av de kategorier som nyss presenterades förekommer även i denna läromedelsserie mindre frekvent i böckerna för årskurs 4-6.

5.3 Algebraiska och pre-algebraiska uppgifter i läroböckerna

I följande avsnitt ges en sammanställning av antalen uppgifter i läromedelsserierna samt en procentuell jämförelse av hur många av dessa som är pre-algebraiska eller algebraiska. Här visas en sammanställning av hela läromedelsserien samt hur många pre-algebraiska och algebraiska uppgifter som läroböckerna innehåller procentuellt. Avsnittet kommer slutligen att visa valda typ-uppgifter ur läromedelsserierna.

5.3.1 Antal pre-algebraiska och algebraiska uppgifter sammanlagt i läromedelsserierna

Nedanstående tabeller ger en översikt över det sammanlagda antalet uppgifter i läromedlen och det sammanlagda antalet pre-algebraiska och algebraiska uppgifter i läromedlen. Genom tabellerna kan man urskilja hur stor del av läromedelsseriens uppgifter som tränar pre-algebraiska och algebraiska förmågor och det algebraiska tänkandet.



Tabell 5

	Min Matematik (Fin)	Matte Direkt (Sv)
Antal uppgifter i läromedlen	5337	6800
Antal pre-algebraiska och algebraiska uppgifter i läromedlen	1508	824
Antal pre-algebraiska och algebraiska uppgifter procentuellt	28 %	12 %

Tabell 6

Utifrån diagrammet kan man se att *Matte Direkt* har ett flertal sammanlagda uppgifter. Men trots detta finns det ett flertal pre-algebraiska och algebraiska uppgifter i *Min Matematik*.

Tabellen bekräftar det som ses i diagrammet och visar att de elever som använder sig av läroboksserien *Min Matematik* nästan får dubbelt så många pre-algebraiska och algebraiska uppgifter att träna på än de elever som använder sig av läroboksserien *Matte Direkt*. I *Min Matematik* är det fler uppgifter som på ett eller annat sätt tränar algebraiska färdigheter och det algebraiska tänket gentemot hur det ser ut i *Matte Direkt*.

5.3.2 Antal pre-algebraiska och algebraiska uppgifter i respektive lärobok i *Min Matematik* (Fin)

	Antal uppgifter	Antal pre-algebraiska och algebraiska uppgifter	Antal pre-algebraiska och algebraiska uppgifter procentuellt
1a	362	151	42 %
1b	407	161	40 %
2a	386	123	32 %
2b	455	134	29 %
3a	482	207	43 %
3b	503	93	18 %
4a	404	170	42 %
4b	513	108	21 %
5	999	194	19 %
6	826	167	20 %

Tabell 7

Av läroböckerna i läroboksserien *Min Matematik* är det fyra böcker som innehåller mellan 18 och 21 % pre-algebraiska och algebraiska uppgifter. Sex av böckerna innehåller mellan 29 – 43 % pre-algebraiska och algebraiska uppgifter. Det som kan ses genom denna tabell är att pre-algebraiska och algebraiska uppgifter inte förekommer i lika stor utsträckning från och med slutet av årskurs 4 till årskurs 6 som i de tidigare årskurserna.

5.3.3 Antal pre-algebraiska och algebraiska uppgifter i respektive lärobok i *Matte Direkt* (Sv)

	Antal uppgifter	Antal pre-algebraiska och algebraiska uppgifter	Antal pre-algebraiska och algebraiska uppgifter procentuellt
1a	294	45	15 %
1b	298	100	34 %
2a	327	46	14 %
2b	377	56	15 %
3a	317	36	11 %
3b	352	55	16 %
4a	891	113	13 %
4b	803	44	5 %
5a	812	52	6 %
5b	709	52	7 %
6a	755	70	9 %
6b	865	155	18 %

Tabell 8

Av böckerna i läromedelsserien *Matte Direkt* är det fyra böcker som innehåller färre än 10 % pre-algebraiska och algebraiska uppgifter. De flesta av böckerna innehåller mellan 10 – 20 % pre-algebraiska och algebraiska uppgifter och en av böckerna innehåller 34 % pre-algebraiska och algebraiska uppgifter. Även i denna läromedelsserie avtar de pre-algebraiska och algebraiska uppgifterna i slutet av årskurs fyra till årskurs 6. Bortsett från det igen ökade antal uppgifter då läromedlet presenterar bokstavssymbolerna i boken 6b.

Jämför vi läromedelsserierna ser vi att samtliga böcker i läromedelsserien *Min Matematik* procentuellt innehåller fler pre-algebraiska eller algebraiska uppgifter än i läromedelsserien *Matte Direkt*.

5.3.4 Exempel av typ-uppgifter i läromedelsserierna

I denna del har jag valt att inte presentera alla läroböcker utan enbart en från varje läroboksserie eftersom upplägget och uppgifterna är liknande genomgående genom båda serierna. Jag valde att titta på boken 3a från båda serierna. Jag har inte heller sökt upp en uppgift från alla kategorier utan ett urval av dem. Det som presenteras angående typ-uppgifterna är instruktionerna som eleverna får samt en eller två uppgifter av det slaget.

5.3.4.1 Någon symbol för obekant tal

I *Matte Direkt* (Sv) kan en typisk uppgift se ut på följande vis:

Hur mycket fattas till 1000?

$$350 + \underline{\quad} = 1000$$

Eller

Vilket tal ska stå istället för bilden?

$$3 \cdot \text{♩} = 15$$

$$\text{♩} = \underline{\quad}$$

I *Min Matematik* (Fin) kan en typisk uppgift för denna kategori se ut på följande vis:

Vilket tal fattas?

$$7 \cdot \underline{\quad} = 42$$

Eller

Vilket föremål motsvarar ett tal?

$$70 - \text{♩} = 50$$

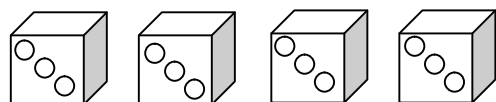
$$\text{♩} = \underline{\quad}$$

5.3.4.2 Räknesättens samband

De instruktioner eleverna får gällande räknesättens samband är:

"istället för att lägga ihop samma tal flera gånger kan du multiplicera" s. 94.

Och en typisk uppgift av detta slag är:



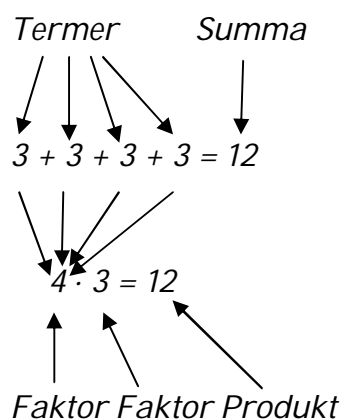
$$\underline{\quad} + \underline{\quad} + \underline{\quad} + \underline{\quad} = \underline{\quad}$$

$$4 \cdot 3 = \underline{\quad}$$

I *Min Matematik* ser en motsvarande uppgift och dess instruktioner ut på följande vis:

"En addition kan ändras till en multiplikation om termerna är lika stora" s. 46

Instruktionen har en förklarande bild som ser ut på följande vis:



Och uppgiften:

Hur många spetsar finns det på stjärnan på bilden?
Skriv en addition och en multiplikation. Räkna.



$$5 + 5 + 5 = \underline{\quad}$$

$$3 \cdot 5 = \underline{\quad}$$

5.3.4.3 Generaliserad aritmetik

I *Matte Direkt* lyder instruktionen:

"Mål: Här får du lära dig att man kan byta plats på talen i en multiplikation" s. 96

Och en sådan uppgift kan se ut på följande vis:

$$10 \cdot 3 = \underline{\quad}$$

$$3 \cdot 10 = \underline{\quad}$$

I *Min matematik* lyder instruktionerna:

"Du kan räkna på två olika sätt: $3 \cdot 6 = 18$ eller $6 \cdot 3 = 18$
Svaret förändras inte då faktorerna byter plats" s. 50

Och uppgiften:



$$2 \cdot 4 = \underline{\quad}$$

$$4 \cdot 2 = \underline{\quad}$$

5.4 Sammanfattande analys kring likheter och skillnader i läromedelsserierna

I det här avsnittet kommer fokus ligga på observerade likheter och skillnader mellan läromedelsserierna. Referering till tidigare forskning kommer inte finnas med i någon större utsträckning då detta redan skett tidigare i arbetet.

Av de kategorier som användes i analysen av läromedlen förekom samtliga i båda läromedelsserierna. Kategorierna förekommer däremot mer spritt i *Matte Direkt* jämfört med hur det ser ut i *Min Matematik*. Båda läromedelsserierna presenterar kategorin *bokstavssymbol för obekant tal* på mellanstadiet. I *Matte Direkt* sker detta i årskurs 6 och i *Min Matematik* sker det i årskurs 4.

Utifrån ovanstående tabeller kan man se att pre-algebraiska och algebraiska uppgifter avtar i årskurserna 4-6 i båda läromedelsserierna. Med undantag för årskurs 6 i *Matte Direkt* då de algebraiska uppgifterna ökar.

Då man analyserar läromedelsseriernas sammanlagda uppgifter får man resultatet att *Matte Direkt* har det större antalet uppgifter. Då detta jämförs med antalet pre-algebraiska och algebraiska uppgifter som presenteras i läromedlen ser man att *Min Matematik* innehåller större andel sådana uppgifter gentemot *Matte Direkt*.

Genom att studera läromedelseriernas typ-uppgifter kan man se att upplägget är lika i båda serierna. Det som skiljer läromedlen åt i stort är instruktionerna som ges till uppgifterna. I det finska läromedlet är instruktionerna ofta längre, har förklarande bilder och det använder sig av fler matematiska termer.

I båda läromedelsserierna kan man urskilja att *räknesättens samband*, *generaliserad aritmetik* och *proportionella samband* inte behandlas i lika stor utsträckning som övriga kategorier. I *Min Matematik* blir det extra tydligt då övriga kategorier behandlas grundligt. I *Matte Direkt* hör även *likhetstecknets betydelse* och *geometriska mönster* till de kategorier som inte behandlas lika grundligt som övriga kategorier. Dessa delar i båda läromedelsserierna kan behöva kompletteras för att nå upp till de mål som respektive kursplan har.

6. Slutsatser och diskussion

I avsnittet nedan presenterar jag svaret på arbetets frågeställningar. Inledningsvis görs en återkoppling till den analytiska teorin, det vill säga vad forskare anser gynna inläringen av algebra. Jag kopplar även teorin till hur algebra behandlas i kursplanerna och framställs i läromedelsserierna. Utifrån forskarnas teorier ger jag min tolkning av hur detta borde framkomma i de läromedel som används i undervisningen. Efter att slutsatserna presenteras görs en slutdiskussion där arbetet kopplas ihop med inledningen och avsnitten om läromedel. Diskussionen avslutas med idéer till vidare forskning inom detta ämne.

6.1 Slutsatser

Algebra kan ses utifrån två perspektiv. Dels som det område där bokstavssymboler representerar tal eller givna talområden och dels som ett sätt att tänka (Billstein, Libeskind & Lott, 2010; Cai, Chan Lew, Morris, Moyer, Fong Ng & Schmittau, 2005). Förmågan att tänka algebraiskt är viktig då det kommer till att öka sina kunskaper och sin förmåga att utföra algebraiska uppgifter. De algebraiska idéer som anses viktiga då det kommer till förståelsen för och resonemang kring algebra är *variabler, proportionella resonemang, mönster och relationer, likvärdighet av uttryck samt ekvationer och ekvationslösning* (Cai, Chan Lew, Morris, Moyer, Fong Ng & Schmittau, 2005).

Då det kommer till ländernas kursplaner behandlar de algebra i samma omfattning och de strävar efter att eleverna ska förvärva samma typ av kunskaper. De områden som Persson beskriver behandlas i båda ländernas kursplaner för de lägre årskurserna. De mål båda kursplanerna har för de högre årskurserna (3-6) innefattar även de algebraiska idéer som Cai, m.fl. beskriver. Det innebär med andra ord att om man vid tillverkningen av läromedel utgår från vad kursplanerna, både i Sverige och i Finland, säger angående algebra får man med de delar som är viktiga i förståelsen för algebra. Kursplanerna är innehållsmässigt väldigt lika då det kommer till algebra. Den stora skillnaden som däremot kan urskiljas vid en jämförelse är fördelningen av årskurserna. Med det i beaktande kan man se att finska elever i slutet av årskurs 2 ska ha förvärvat samma kunskaper svenska elever ska ha tillägnat sig i slutet av årskurs 3. Och vidare ska de finska eleverna ha nått samma kunskapsmål i slutet av årskurs 5 som de svenska eleverna ska ha nått i slutet av årskurs 6. Kravet på de matematiska kunskaper som eleverna bör kunna är således högre i Finland än i Sverige. För att koppla detta till läromedelsserierna innebär det att de kunskaper som den svenska läromedelsserien kan sprida ut över tre år behöver den finska läromedelsserien komprimera på två år.

Innan arbetet med algebra inleds i skolundervisningen behöver man arbeta grundligt med det algebraiska symbolspråket över faserna *aritmetik, pre-algebra och inledande algebra*. De pre-algebraiska övningarna som pågår under skolåren innan den egentliga algebraen införs är viktiga för att på ett naturligt sätt kunna införa denna (Bergsten, 1997). I *Min Matematik* införs bokstavssymbolerna i årskurs 4. Då dessa införs övergår eleverna från pre-algebra-fasen till fasen som kallas inledande algebra. Eleverna som använder sig av detta läromedel arbetar således med pre-algebra från årskurs 1-3. I *Matte Direkt* övergår pre-algebra-fasen till inledande algebra senare än i *Min Matematik*, och därmed pågår pre-algebra fasen under längre period. Fasen pågår från årskurs 1 till slutet av årskurs 6.

Av de idéer som Cai (2005) uttrycker behandlas samtliga i båda läromedelsserierna i varierande utsträckning. De kategorier som ligger i fokus i *Min Matematik* i årskurs 1-3 är *likhetstecknets betydelse*, *enkla geometriska mönster*, *enkla mönster i talföljd*, *räknesättens ordningsföljd* samt *någon symbol för obekant tal*. Alla dessa kategorier, bortsett från *någon symbol för obekant tal*, ligger inom de områden som bör ligga i fokus under pre-algebra-fasen. Det vill säga, de områden som Persson (2002) uttrycker. I årskurs 4-6 övergår läromedlets fokus till områdena *logisk slutledning*, *någon symbol för obekant tal* och *bokstavssymbol för obekant tal*. De områden som i läromedlet får mindre uppmärksamhet är *proportionella samband*, *generaliserad aritmetik* och *proportionella samband*. Då det kommer till proportionella samband gäller detta dock enbart uppgifter som tränar begreppen dubbelt och hälften.

I *Matte direkt* förekommer *enkla mönster i talföljder*, *räknesättens samband* samt *någon symbol för obekant tal* mest i läromedelsserien för årskurs 1-3. I årskurs 4-6 är det kategorierna *någon symbol för obekant tal* och *bokstavssymbol för obekant tal* som förekommer mest frekvent. Inom de områden som Persson beskriver behandlas *enkla mönster i talföljder* och *räknesättens samband* grundligt i läromedelsserien. Däremot behandlas inte *geometriska mönster*, *proportionella samband*, *räknesättens ordningsföljd* eller *generaliserad aritmetik* särskilt grundligt, som även de kan räknas in under dessa områden. Det man kan urskilja utifrån analysen av *Matte Direkt* är att fokus i årskurs 1-3 ligger på just mönster och samband men även förståelse för att något kan symbolisera ett obekant tal. I årskurs 4-6 ökas antalet uppgifter som tränar förståelsen för att något kan symbolisera ett obekant tal, som sedan övergår till att introducera bokstavssymbolerna. Så som jag tolkar teorin borde läromedelsserien öka antalet färdighetstränande uppgifter i de olika kategorierna för att eleverna som använder sig av läromedlet ska få en grundlig förståelse för algebra som möjligt samt möjlighet att träna sin förmåga att tänka algebraiskt.

En ytterligare viktig aspekt som gynnar förståelsen för algebra är ett utvecklat matematiskt språk. Att utveckla sitt matematiska språk då det kommer till förmågan att beskriva mönster och generaliseringar är viktig vid den senare introduktionen till algebra (Häggström, 1995). Då egentlig algebra introduceras ändrar det matematiska språket karaktär. Och det är i samband med detta som många elever kan få svårigheter med matematiken (Malmer, 2002). Då det kommer till det matematiska språket har detta inte varit arbetets fokus, och därmed har denna del inte undersökt i någon större bemärkelse. Det som jag däremot har urskiljt utifrån de typ-uppgifter som presenterats i arbetet är att de finska uppgifterna använder sig av fler matematiska termer samt instruerande bilder som förklarar hur dessa termer hänger samman. Det svenska läromedlet använder nödvändiga matematiska termer. Dessa används däremot ytligt och utan grundligare förklaring kring dessa eller hur termerna samspelar.

Algebra har visat sig vara ett problematiskt område för svenska elever. Om svårigheter uppstår då det matematiska språket ändrar karaktär finns risken att eleverna inte fått tillräckligt med tid att utveckla sitt matematiska språk. Enligt Malmer (2002) gör tidig bekantskap med bokstavssymbolerna det lättare att acceptera det skrivsätt som algebra innebär.

Metoder för att undvika svårigheter vid införandet av egentlig algebra, så som jag tolkar forskarnas teorier, är alltså färdighetsträning över områdena *variabler*,

proportionella resonemang, mönster och relationer, likvärdighet av uttryck samt ekvationer och ekvationslösning och grundlig träning i det matematiska språket. Läromedel bör på så vis, då det kommer till algebra, behandla dessa områden grundligt och innehålla uppgifter som både utvecklar det matematiska språket och som ger färdighetsträning över flera algebraiska områden. De områden som läromedlen bör lägga fokus på under perioden innan den egentliga algebran är *mönster och talmönster* och *samband och relationer*, då dessa områden behandlar sådana pre-algebraiska övningar som är av vikt vid införandet av egentlig algebra.

Sammanfattningsvis då det gäller framställningen av algebra i *Min Matematik* kan jag säga att läromedlet arbetar grundligt med området algebra och följer en logisk övergång mellan de olika faserna. Detta trots att alla kategorier inte behandlas i lika hög grad genom läromedelsserien. Läromedelsserien inför tidigt sådana områden som anses viktiga för förståelsen av algebra. I enlighet med både kursplan och forskning inför de tidigt bokstavssymbolerna, vilket då ger eleverna tid och möjlighet att bekanta sig med dessa innan den egentliga algebran. För att sammanfatta framställningen av algebra i *Matte Direkt* kan man säga att läromedelsserien behandlar de kunskapsområden som eleverna ska tillägna sig då det kommer till algebra både enligt forskning och enligt kursplanen. Däremot prioriteras dessa områden i olika grad och de skiljer mycket mellan de områden som prioriteras mest mot de minst prioriterade områdena. Detta kan ge en snäv kunskapsfördelning och på så vis påverka förståelsen för algebra. Bokstavssymbolerna introduceras sent i läromedelsserien. Detta kan innebära att eleverna inte får tillräckligt med tid att bekanta sig med det skrivsätt som algebran innebär innan den egentliga algebran introduceras, vilket senare kan bidra till svårigheter inom området.

6.2 Slutdiskussion

Grunderna till det här arbetet är de svårigheter som svenska elever, i både nationella och internationella undersökningar, visat sig ha i matematik. Arbetet har riktat in sig på området algebra då området under lång tid visat sig problematiskt.

Vid införandet av algebra ändrar det matematiska språket karaktär. Detta kan bidra till svårigheter om den grundliga förståelsen saknas. För att undvika detta behöver övergången från aritmetiken till den egentliga algebran ske på ett "mjukare" sätt. Det vill säga, inläringen måste ske på ett naturligt vis. Elever behöver tid till att få förståelse för bokstävernas funktion i matematiken, speciellt då bokstäverna i matematiken har en helt annan användning än vad det har i språket. Det enskilda arbetet i matematikboken dominerar under lektionerna, detta går emot både den svenska läroplanens (Lgr 11) och den finska läroplanens (ggl 04) syn på kunskap och lärande. I båda dessa läroplaner betraktas kunskap som något som utvecklas både individuellt, i mötet med andra och i olika lärandesituationer.

Matematiken är det ämne som fortfarande i stor utsträckning använder sig av ett läromedel som grund för undervisningen. I Sverige är det vanligt att en individualisering sker i hur långt eleverna kommit i matematikundervisningen. Det vill säga, eleverna arbetar enskilt inom olika block inom matematiken. I Finland däremot sker individualiseringen inom blocket. På så vis hålls gruppen samlad i större utsträckning än i Sverige. Om man ser till det arbetssätt som är vanligt i Sverige innebär det ett högt krav på läromedlets kvalitet då eleverna i stor utsträckning själva arbetar med dess innehåll. Eftersom lärare i båda länderna ofta enbart använder sig av ett läromedel ökar kravet på kvalitén där också, eftersom

läromedlet då måste behandla alla de matematiska områden som finns i kursplanerna grundligt.

Då detta arbete fokuserar på hur algebra framställs i en svensk och i en finsk läromedelsserie kommer detta arbete inte ge en insikt i hur väl läromedelsserierna presenterar övriga matematiska områden som eleverna i respektive länder ska utveckla kunskaper i enligt dess kursplaner. Det är således inte en helhetsanalys som ges utan berör enbart området algebra. Båda läromedelsserierna kan ha fokus på något annat matematiskt område än algebra, som kan behandlas grundligt över årskurserna 1-6. Den skillnad som ses i tabell 5, där sammanlagda antalet uppgifter jämför med antalet algebrauppgifter visar bara en slutsats att *Min matematik* innehåller fler algebrautövande uppgifter. Detta skulle kunna se annorlunda ut om det var ett annat matematiskt område som undersöktes. Det framkommer alltså inte om de svenska eleverna kunskapsmässigt får mer av något annat matematiskt område.

Utifrån forskningen kring området algebra kan slutsatsen dras att ingendera av läromedelsserierna ger en fullständig grund för algebra. I båda dessa läromedelsserier finns det områden som skulle behöva behandlas grundligare. *Min Matematik* är av dessa läromedelsserier den serie som behandlar algebra mest grundligt. Detta eftersom det, i enlighet med forskningen, i större utsträckning behandlar de algebraiska områden som är av vikt för förståelsen för algebra samt ur ett tidsperspektiv ger eleverna mer tid att bekanta sig med bokstavssymbolerna. Dock ska man här ta hänsyn till att jag enbart analyserat läroböckerna och inte läromedelsseriernas lärarhandledningar. Därmed har inte de aktiviteter som lärarhandledningarna föreslår tagits i beaktande. Gällande lärarhandledningar finns det forskning som visar att finska lärare i större utsträckning än svenska lärare använder sig av lärarhandledningar. Med det i beaktande får finska elever mer algebra även från dessa aktiviteter.

Frågan är om det är rimligt att kräva att läromedelsserierna ger en fullständig grund. Det kanske inte är helt befogat att en enda läromedelsserie ska grundligt behandla alla de matematiska områden som finns i kursplanerna, och dessutom alla de kunskapsmål som finns i kursplanerna. Det är kanske vår uppgift som lärare att se till vad det läromedel vi använder behandlar väl, och vilka bitar vi behöver komplettera med på egen hand. Problemet här är att många lärare, och elever, ser matematik som det som står i boken. Detta synsätt ställer höga krav på läromedlets kvalitet.

Elevers kunskaper i algebra påverkas naturligtvis av både lärarens undervisning samt hur läromedelsstyrd undervisningen är. För bästa möjliga förutsättningar för goda algebrakunskaper kan jag utifrån denna analys se att båda serierna behöver komplettera vissa moment som inte i större utsträckning behandlas i läromedlen. Främst *Matte Direkt* behöver komplettera moment, både för att eleverna ska nå de kunskapsmål som står i kursplanen i matematik, samt med tanke på forskningen som finns på området. Med de arbetssätt som är vanliga i skolan, samt den syn lärare har på matematik, är frågan om lärarna kommer komplettera de områden som saknas i läromedelsserierna. Frågan är hur insatta de är i vad läromedelsserierna behandlar grundligt. Läromedelsserierna ger olika stort stöd till lärarna då det kommer till förmedlingen av algebra. *Min Matematik* ger ett stöd som rätt långt stödjer läraren i att förmedla de kunskaper som eleverna ska förvärva i algebra. Det är lärarens ansvar att se till att läromedlet som används i matematiken behandlar alla de matematiska områden som eleverna ska tillägna sig, även om det i praktiken kan vara svårt.

Därmed är det önskvärt att läromedelstillverkarna behandlar alla dessa områden grundligt. Detta gäller för båda läromedelsserierna, men i synnerhet *Matte Direkt*.

6.3 Fortsatt forskning

Då jag påbörjade denna analys var min tanke att jag skulle analysera läromedelsserierna samt dess lärarhandledningar. På grund av tidsbrist har jag inte haft möjlighet att analysera lärarhandledningarna, men för att ytterligare klargöra vilket stöd läraren får från läromedlet är detta ett potentiellt område att undersöka. Ett annat område att undersöka, för att tydliggöra de skillnader mellan Finland och Sverige som kan vara till grund för resultatskillnaderna, är att observera hur läromedlen används i undervisningen och på så vis kartlägga hur lärare använder de stöd de får i praktiken.

Källor

- Asikainen, K., Fälden, H., Nyrhinen, K., Rokka, P., Vehmans, P., Törnroos, S., Westerlund, K. (2008). *Min matematik*. Helsingfors: Schildts
- Billstein, R., Libeskind, S., Lott, J. (2010). *A problem solving approach to mathematics for elementary school teachers. (Ett problemlösande tillvägagångssätt i matematik för grundskolans lärare)*. Boston: Pearson.
- Brändström, A. (2002) *Granskning av läroböcker i matematik för årskurs 7*. Luleå: Luleå tekniska universitet.
- Bergsten, C., Häggström, J., Lindberg, L. (1997). *Algebra för alla*. Göteborg: NCM/Nämnamnaren.
- Cai, J., Chan Lew, H., Morris, A., Moyer, J., Fong Ng, S., Schmittau, J. (2005). *The development of students' algebraic thinking in earlier grades: a cross-cultural comparative perspective*. Karlsruhe: ZDM.
- Carlsson, S., Liljegren, G., Picetti, M. (2007). *Matte Direkt Borgen*. Stockholm: SanomaUtbildning
- Falck, P., Picetti, M. (2007). *Matte Direkt Borgen*. Stockholm: SanomaUtbildning
- Falck, P., Picetti, M., Sundin, K. (2007). *Matte Direkt Borgen*. Stockholm: SanomaUtbildning
- Falck, P., Picetti, M. (2007). *Matte Direkt Safari*. Stockholm: SanomaUtbildning
- Haapaniemi, S., Mörsky, S., Tikkanen, A., Törnroos, S., Voima, J., Wikström, M. (2004). *Min matematik*. Helsingfors: Schildts
- Hirvonen, K. (2012). *Onko laskutaito laskussa? Matematiikan oppimistulokset peruskoulun päättövaiheessa 2011. (Är räknefärdigheter räkning? Matematiska studieresultat i slutet av grundskolan 2011)*. Helsingfors: Utbildningsstyrelsen.
- Häggström, J. (1995). *Tidigare algebra*. Göteborg: NCM/Nämnamnaren.
- Häggström, J. (1996). *Förstå Algebra*. Göteborg: NCM/Nämnamnaren.
- Isaksson, Christer. 2005. *Finland VS Sverige. En jämförelse studie av förutsättningar och resultat för elever i finska och svenska skolor*. Stockholm: Grafiska Företagets Förbund. Pdf.
- Jablonka, E., Johansson, M. (2010). Using texts and tasks: Swedish studies on mathematics textbooks. I Sriraman, B., Bergsten, C., Goodchild, S., Palsdottir, G., Søndergaard, B.D., Haapasalo, L. (Red.). *The sourcebook on Nordic research in mathematics education*. Charlotte, NC: Information Age Publishing.
- Joutsenlahti, J., Vainionpää, J. (2010). Oppimateriaali matematiikan opetuksessa ja osaamisessa (Läromedel i undervisningen och lärandet av matematik). I E. K. Niemi & J. Metsämuuronen (Red.), *Miten matematiikan taidot kehittyvät? Matematiikan oppimistulokset peruskoulun viidennen vuosiluokan jälkeen vuonna 2008 (How do*

pupils' mathematical skills develop? The learning outcomes in the end of the fifth grade in compulsory school). Helsinki: Opetushallitus (Utbildningsstyrelsen i Finland).

Loewenberg Ball, D., Cohen K, D. (1996). *Reform by the book: What is – or might be – the Role of Curriculum Materials in Teacher Learning and Instructional Reform?* American Educational Research Association.

Löwing, M., Kilborn, W. (2002). *Baskunskaper i matematik för skola, hem och samhälle*. Lund: Studentlitteratur.

Malmer, G. (2002). *Bra matematik för alla – Nödvändig för elever med inlärningsvärigheter*. Lund: studentlitteratur.

Persson, P-E. (2002). *Behöver alla lära sig algebra?*. Göteborg: NCM/Nämnamnen.

Skolinspektionen (2009). *Undervisningen i matematik – utbildningens innehåll och ändamålsenlighet*. Kvalitetsgranskning. Rapport 2009:5. Stockholm: Skolinspektionen.

Skolverket (2003). *Nationella kvalitetsgranskningar 2001-2002. Lusten att lära – med fokus på matematik*. Skolverkets rapport 221. Stockholm: Skolverket.

Skolverket (2008). *TIMSS 2007. Svenska grundskoleelevers kunskaper i matematik och naturvetenskap i ett internationellt perspektiv*. Stockholm: Skolverket.

Skolverket (2010). *Rustad att möta framtiden? PISA 2009 om 15-åringars läsförståelse och kunskaper i matematik och naturvetenskap*. Stockholm: Skolverket.

Skolverket (2011). *Läroplan för grundskolan, förskoleklassen och fritidshemmet 2011*. Stockholm: Skolverket.

Stukát, S. (2005). *Att skriva examensarbete inom utbildningsvetenskap*. Lund: Studentlitteratur.

Utbildningsstyrelsen (2004). *Grunderna för läroplanen för den grundläggande utbildningen 2004*. Helsingfors: Utbildningsstyrelsen.

Internet

Asikainen, K., Fälden, H., Nyrhinen, K., Rokka, P., Vehmans, P., Törnroos, S., Westerlund, K. (u.å./12). *Min matematik*. Hämtat 29 november 2012, från <http://www.sets.fi/Series.php?id=323>

(u.å./12a). *Pattern. (Mönster)*. Hämtat 28 november 2012, från http://www.icoachmath.com/math_dictionary/pattern.html

ICoachMath (u.å./12b). *Equivalent expression. (Likvärdiga uttryck)*. Hämtat 28 november 2012, från http://www.icoachmath.com/math_dictionary/Equivalent_Expression.html

Nationalencyklopedin (u.å./12a). *Aritmetik*.
Hämtat 26 september 2012, från
<http://www.ne.se/aritmetik>

Nationalencyklopedin (u.å./12b). *Relation*.
Hämtat 28 november 2012, från
http://www.ne.se/relation/292131?i_h_word=relationer

Nationalencyklopedin (u.å./12c). *Ekvation*.
Hämtat 28 november 2012, från
<http://www.ne.se/ekvation>

SanomaUtbildning (u.å./12a). *Fördjupad information Matte Safari 1-3*.
Hämtat 29 november 2012, från
<http://www.sanomautbildning.se/Laromedel/Grundskola-Fk-6/Matematik/Baslaromedel-F-3/Matte-Direkt-Safari-1-3---ny-upplaga/Fordjupad-information/>

SanomaUtbildning (u.å./12b). *Fördjupad information Matte Borgen 4-6*.
Hämtat 29 november 2012, från
<http://www.sanomautbildning.se/Laromedel/Grundskola-Fk-6/Matematik/Baslaromedel4-6/Matte-Borgen-4-6-Ny-upplaga/Fordjupad-information/>