



Framställningar av geometriska begrepp i lärarhandledningar för årskurs 1.

Representations of geometric concepts in teacher guides for first grade.

Matilda Forsberg och Frida-Arvida Larsson

Akademien för utbildning, kultur
och kommunikation
Självständigt arbete 1 i lärarutbildningen
Grundläggande nivå, 15 hp.

Examinator: Jan Olsson
Handledare: Daniel Brehmer
Termin 6 VT 2022

SAMMANFATTNING

Matilda Forsberg och Frida-Arvida Larsson

Beskrivningar av geometriska begrepp i lärarhandledningar för årskurs 1.

Descriptions of geometric concepts in teacher guides for first grade.

Årtal 2022

Antal sidor: 25

Planering och genomförande av matematikundervisning utgår ofta från ett läromedel, vilket gör dess innehåll till en viktig resurs, både för undervisningen och för att fungera som kunskapskälla för lärare. Syftet med denna studie är att undersöka hur lärarhandledningar i matematik stöttar lärares begreppskunskaper i geometri för årskurs 1. Geometri är ett område som många lärare har bristande kunskaper inom. Två olika typer av lärarhandledningar har analyserats utifrån designprinciper för innehåll i lärarhandledningar. Resultatet indikerar att det finns en skillnad i hur de analyserade läromedlen framställer de geometriska begreppen; både i olika grad och på olika vis. Detta resultat diskuteras i förhållande till viktiga lärarkunskaper i matematik och forskning om hur dessa kan utvecklas genom specifikt designade lärarhandledningar, så kallade Educative Curriculum Materials. Utifrån resultatet drar vi slutsatsen att det ena läromedlet talar *till* lärare, och det andra talar *genom* lärare.

Nyckelord: Designprincip, MKT-ramverk, Lärarhandledning, Geometri, Begreppskunskap

Innehållsförteckning

1	Inledning	1
1.1	Syfte & Forskningsfrågor	1
2	Bakgrund	2
2.1	Designprinciper för läromedel i matematikundervisning	2
2.2	Mathematical Knowledge for Teaching	4
2.3	Geometriska begrepp i undervisningen	5
2.4	Teoretiskt perspektiv	6
3	Metod	7
3.1	Urval	7
3.2	Analysmetod	9
3.3	Etik	11
4	Resultat	11
4.1	Analysförfarande	11
	Rik Matematik 1B	14
4.2	Resultatsammanställning	15
	4.2.1 <i>Favorit Matematik 1B</i>	16
	4.2.2 <i>Rik Matematik 1B</i>	18
4.3	Resultatsammanfattning	19
5	Diskussion	20
5.1	Metoddiskussion	20
5.2	Resultatdiskussion	22
	Referenser	24
	Analyserade läromedel	25

1 Inledning

Det som dominerar matematikundervisningen både i Sverige och internationellt är läroböcker, som fungerar som färdigt planerade undervisningspaket, och som är tänkta att vara formade efter läroplanen (Ball & Cohen, 1996). Svenska lärare får själva bestämma hur mycket dessa färdiga material ska användas. Forskning indikerar dock att lärare i svenska skolor till stor del utgår ifrån att undervisa elever med uppgifter från just läroböcker (Van Steenbrugge & Ryve, 2018). Det betyder att lärare förlitar sig på dessa läromedel, och ofta används det utifrån tanken att de uppfyller läroplanens mål (Boesen et al., 2014). Utifrån dess unika position framförde Ball och Cohen (1996) idéer om att lärarhandledningar inte enbart ska designas för att stötta lärares planering och genomförande undervisning, utan att de även kan utveckla lärares kunskaper.

Läromedel som, utöver att stötta lärares planering och genomförande av undervisning, även fokuserar på att utveckla lärares kunskaper, kallas av Davis och Krajcik (2005) för *Educative Curriculum Materials* (ECM). De beskriver tre övergripande designprinciper för ECM: *fokusera, förstå och förutse elevers tänkande, förstå de stora matematiska idéerna och förstå varför författaren gör vissa saker och syftet med uppgifter*. Dessa designprinciper har anpassats till svensk kontext av Van Steenbrugge och Ryve (2018), som preciserade de tre designprinciperna med tre underkategorier vardera. Denna studie utgår ifrån en av dessa principer, den som handlar om att *förstå de stora matematiska idéerna*, och har underkategorierna: *att beskriva matematiska strategier, att beskriva begrepp samt att använda matematikbeskrivande bilder, vilka är tänkta att utveckla lärares egna kunskaper i matematik*. Samtliga tre designprinciper beskrivs i avsnitt 2.1 *Designprinciper för läromedel i matematikundervisning*, och en tydligare beskrivning av denna studies valda designprincip ges.

Geometri är en del av matematiken som ska undervisas, och innehåller många begrepp för figurer och dess egenskaper. Begrepp kan förklaras som en språklig term som har ett abstrakt innehåll, som preciserar och beskriver ett begrepp eller dess egenskap (Roos & Trygg, 2018). Exempel på ett begrepp och dess egenskaper är en *kvadrat* som har en *omkrets* på 20 centimeter. I den svenska läroplanen för grundskolan (Skolverket, 2019), preciseras ett flertal begrepp inom det matematiska området *geometri*. Exempelvis står det i det centrala innehållet att elever ska kunna grundläggande geometriska begrepp såsom linjer, fyrhörningar, cirklar och symmetri. Svenska elevers kunskapsutveckling i geometri är bristande, vilket Löwing och Kilblom (2010) beskriver visas hos högstadiel elever, dels i bristande begreppskunskaper, dels i bristande funktionellt språk för att kommunicera geometrin. Vidare uttrycker de en potentiell förklaring till detta i att *lärare saknar didaktisk kunskap inom geometri*, vilket även Sinclair et al. (2017) understryker.

Utifrån läromedlens starka position i matematikundervisningen, geometriens omfattande begrepps innehåll och lärares bristande kunskaper inom detta, så är det intressant att undersöka hur läroplanens utskrivna begrepp inom geometri framställs för lärare i lärarhandledningar.

1.1 Syfte & Forskningsfrågor

Syftet med denna studie är att undersöka hur lärarhandledningar i matematik stöttar lärares begreppskunskaper i geometri för årskurs 1.

Syftet operationaliseras genom forskningsfrågan:

Vilka begrepp från Läroplanen beskrivs i lärarhandledningar för årskurs 1, och hur?

För att besvara den tvådelade forskningsfrågan genomförs en läromedelsanalys utifrån designprincipen *Förstå de stora matematiska idéerna* (Davis & Krajcik, 2005). Den behandlar hur lärare stöttas i att förstå matematiska strategier, begrepp och hur användande av bilder kan förklara det matematiska. Designprincipen beskrivs i bakgrunden och utvecklas i metodbeskrivningen. Analysen, som beskrivs i metod delen, utgår ifrån de begrepp som beskrivs i läroplanen för åk 1–3 (Skolverket, 2019). Dessa begrepp används som sökord och “prickas av” om de finns med i de undersökta lärarhandledningarna eller inte. Vidare analyseras sedan hur de begrepp som finns med framställs utifrån de tre underkategorierna till designprincipen; *att beskriva matematiska strategier, att beskriva begrepp* samt *att använda matematikbeskrivande bilder* (Van Steenbrugge & Ryve, 2018).

2 Bakgrund

Detta avsnitt är indelat i fyra delar. Den första delen beskriver läromedels roll i matematikundervisning och de designprinciper som studiens analys av lärarhandledningar utgår ifrån. Den andra delen beskriver ett ramverk som kategoriserar olika typer av lärarkunskaper som är viktiga för att undervisa i matematik. Den tredje delen lyfter centrala delar i geometri samt läroplanens riktlinjer i ämnet. Avsnittets fjärde och sista del redogör för det teoretiska perspektiv som resultatet kommer att diskuteras utifrån, det sociokulturella perspektivet på lärande.

2.1 Designprinciper för läromedel i matematikundervisning

I det som kallas “läromedel” i matematikundervisningen ingår ofta huvudkomponenterna *lärobok/elevbok* och *lärarhandledning*. Läroboken/elevboken är skapad för elever och innehåller matematiska uppgifter och ibland matematiska fakta riktad till elever. Lärarhandledning är skapad som ett stöd för lärares planering och genomförande av matematikundervisning.

Färdiga läromedel är det som används mest i matematikundervisningen, både i Sverige och internationellt (Jablonka & Johansson, 2010), vilket innebär att läromedel har ett stort inflytande i hur matematikundervisningen bedrivs och vilket innehåll som behandlas. Trots att det inte finns någon kontroll på att allt som står i Läroplanen behandlas i läromedel, så utgår många lärare ifrån att läromedlen täcker in allt som enligt läroplanen ska behandlas inom matematiken. Ball och Cohen (1996) ser, utifrån den utbredda användningen av läromedel i matematikundervisning, läromedlens lärarhandledningar som en stor möjlighet att nå ut med budskap till lärare som kan gynna undervisningen. De framför idéer om att lärarhandledningar kan stärka undervisningen genom att, utöver att enbart stötta lärares planering och genomförande av undervisning, även fungera som stöttande för att öka lärares kunskaper.

Läromedel som fokuserar på att utveckla lärares kunskaper kallas av Davis och Krajcik (2005) för *Educative Curriculum Materials* (ECM), där ordet *educative* innebär att det ska vara utbildande för lärare. Jukic Matic och Glasnovic Gracin (2021) beskriver två olika sorters lärarhandledningar. Den ena är utbildande material som kommunicerar *till* lärare

och utbildar lärare i ämnet och materialet. Den andra är vägledande material som kommunicerar *genom* lärare till elever och utbildar lärare i hur materialet kan implementeras i undervisningen. Van Steenbrugge och Ryve (2018) anser att lärarhandledningar bör tala *till* lärare, och inte *genom*. Utifrån synen att lärarhandledningar har möjlighet att nå ut med kunskaper *till* lärare utvecklade Davis och Krajcik (2005) nio forskningsbaserade designprinciper för vilka typer av lärarstöd ett ECM bör ha. Designprinciperna beskrivs vara framtagna som en vägledning för läromedelsförfattare att utgå ifrån när ECM-läromedel och handledningar skapas. Tre av dessa nio principer är övergripande designprinciper som lärarhandledningar bör innehålla för att stötta lärare till en bra undervisning i just matematik. De tre designprinciperna är: *förstå de stora matematiska idéerna, fokusera, förstå och förutse elevers tänkande*, och *förstå varför författaren gör vissa saker och syftet med uppgifter*. Syftet med ECM är att lärarhandledningar ska hjälpa lärare att dels organisera sin undervisning, dels ge lärare en ökad kunskap som kan generera i större flexibilitet i undervisningen. Dessa designprinciper har använts och anpassats i svensk kontext av Van Steenbrugge och Ryve (2018).

De tre designprinciperna syftar alltså till att stötta lärare i att förstå matematiken och att vara medveten om vanliga missuppfattningar elever har, och utifrån dessa kunna undervisa i ämnet på ett adekvat sätt. Den första designprincipen, *förstå de stora matematiska idéerna*, är den princip som denna studie utgår ifrån och innebär att förstå och kunna matematiken, alltså att lärare ska besitta ämneskunskaper i det som ska undervisas. Där ingår också att förstå hur matematiska strategier fungerar och för att förstå den matematiska grunden till vanliga missuppfattningar som elever har. Den andra designprincipen, *fokusera, förstå och förutse elevers tänkande*, handlar om att förstå och förutse elevers tänkande och lärande genom att förstå elevers tankestrategier. Den tredje designprincipen, *förstå varför författaren gör vissa saker och syftet med uppgifter*, handlar om hur undervisningsstrategier ska användas och förstås.

Analysen i den här studien utgår ifrån den första designprincipen, *förstå de stora matematiska idéerna*, som fokuserar på lärares ämneskunskaper, och ligger till grund för de andra principerna. Den benämns "*Design Heuristic 9 – Supporting Teachers in the Development of Subject Matter Knowledge*" (Davis & Krajcik, 2005, s. 12). Principen syftar följaktligen till att designa lärarhandledningar för att öka lärares kunskaper i ämnet som undervisas. En lärarhandledning som designas utifrån denna princip beskrivs utgå ifrån tre underkategorier: *att beskriva matematiska strategier, att beskriva begrepp* samt *att använda matematikbeskrivande bilder* (Van Steenbrugge & Ryve, 2018). Designprincipen ska enligt Davis och Krajcik (2005) stötta lärare med bredare faktakunskaper än vad elever ska kunna, med syftet att ge lärare kunskaper som kan ge en större flexibilitet i planering och genomförande av undervisning. Den valda designprincipen kommer fortsättningsvis att benämnas *kunskapsprincipen*, för att underlätta läsningen och undvika missförstånd.

Kunskapsprincipen kommer att användas för att undersöka huruvida lärarhandledningen till två olika läromedel stöttar lärare med ökade begreppskunskaper i geometri. Studien utgår ifrån denna designprincip eftersom geometri innehåller många begrepp och eftersom elever i årskurs 1–3 är i början av sin skolgång och ska *introducera* för många av dessa begrepp. Det är därför betydelsefullt att lärare själv besitter rätt kunskaper i sin undervisning, så att elever ges rätt kunskaper. Om läraren inte besitter dessa kunskaper kan en påminnelse om detta i lärarhandledningen vara positivt för undervisningen. Denna studies analys utgår ifrån två av kunskapsprincipens underrubriker, *att förklara begrepp* samt *att förstärka förklaringar med bilder*. Detta beskrivs i metoddelen.

2.2 Mathematical Knowledge for Teaching

Designprincipernas grundidé är att öka lärares kunskap samtidigt som de använder lärarhandledningarna. Man kan då fråga sig vilka kunskaper det är som är tänkt att ökas för lärare? Ramverket Mathematical Knowledge for Teaching (MKT) beskriver olika typer av kunskaper som är viktiga att ha för att undervisa i matematik (Ball et al., 2008).

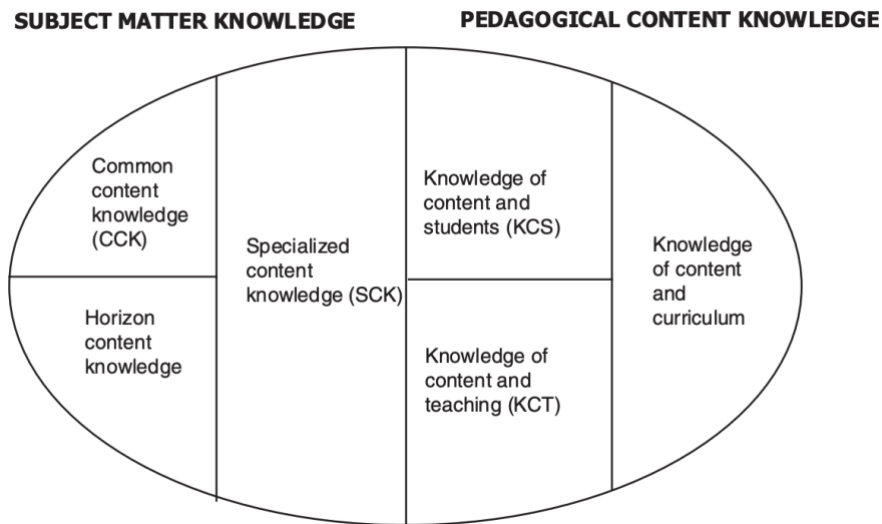


Bild 1. Exempel från Ball et al. (2008). Kunskaper enligt ramverket för MKT.

För att bemöta elever med en god undervisning behöver lärare enligt MKT-modellen utveckla två huvudtyper av kunskaper. I modellens vänstra del framställs olika typer av ämneskunskaper och den går under benämningen *Subject Matter Knowledge (SMK)*. I modellens högra del finns de pedagogiska kunskaperna, *Pedagogical Content Knowledge (PCK)*, som beskriver lärares kunskap om matematikundervisning. Detta berör lärares förhållande till elever, att anpassa undervisningen efter läroplan och nyttjandet av läromedel och undervisningsmaterial. *Pedagogical Content Knowledge (PCK)*, har tre olika kategorier. Den första, *Knowledge of content and students (KCS)* handlar om att förstå hur elever lär sig. Att ha kunskap om ämnesinnehållet för att upptäcka vilka eventuella svårigheter elever besitter från tidigare och kunskaper om hur elever lär sig. Den andra, *Knowledge of content and teaching (KCT)* handlar om att utveckla olika undervisningsmetoder och förklaringsmodeller som är lämpade efter olika tillfällen som gynnar elevers kunskapsutveckling. Den tredje delen av PCK benämns *Knowledge of content and curriculum (KCC)*, vilken berör lärares kunskaper om undervisningsmaterial och styrdokument. Det handlar likväl om hur ett läromedel kan nyttjas och användas på ett optimalt sätt i matematikundervisningen (Ball et al. 2008).

Denna studie fokuserar på lärarhandledningars stöd för lärares egna kunskaper, vilket beskrivs av den vänstra sidan av ramverket, *Subject Matter Knowledge (SMK)*, som har tre olika kategorier. Den första, *Common Content knowledge (CCK)* innebär att kunna följa algoritmer och procedurer för att kunna räkna och få ut rätt svar, det vill säga, att kunna *utföra* matematiken. Att veta varför proceduren görs som den görs spelar ingen roll här. Den andra kategorin i modellen går under titeln *Specialized Content Knowledge (SCK)*, och handlar om att förstå vilken bakomliggande matematik som finns. Det handlar således om kunskaper om procedurerna, varför rätt svar framkom, hur matematiken bakom ser ut

och vilken funktion den har. De två kategorierna (CCK) och (SCK) beskriver alltså sådant som har med lärares egen kunskap att göra och inte hur lärare kan undervisa om detta. Den tredje kategorin har namnet *Horizon Content knowledge* (HCK). Den beskriver kunskapen att hela tiden beröra matematiken i förhållande till det som komma skall, det vill säga, planera och organisera undervisningen i relation till kommande områden. Det är viktigt att veta vad som kommer sedan för att på ett korrekt sätt undervisa om det som hanteras idag (Ball et al. 2008).

Utifrån *kunskapsprincipens* syfte som innebär att via lärarhandledningar utveckla lärares (CCK) *kunna* utföra matematik, och (SCK) *förstå* bakomliggande matematik ska vi vidare undersöka om kunskapsprincipen uppfylls i två lärarhandledningar för årskurs 1 för att stötta lärares kunskapsutveckling gällande geometriska begrepp.

2.3 Geometriska begrepp i undervisningen

I och med att Sinclair et al. (2017) menar att lärare tenderar att sakna ämneskunskaper i just geometri, som vår studie behandlar, så är det av vikt att stärka lärares kunskaper inom detta ämnesområde. Geometri betyder enligt NE lantmätarkonst. Geometrin är ett stort matematiskt område och fungerar bland annat som ett verktyg för att kunna kategorisera och beskriva världen. Med hjälp av begrepp, namn och klassificeringar ges världen struktur och begriplighet. Människan skapar en omedveten ordning genom kategorisering av sina egna sinnesintryck (Bennet & Löwing, 2015). En definition av vad geometri innehåller ges av Kiselman och Mouwitz (2008) i Karlsson och Kilborn (2015, s.145) som beskriver; “geometrin är en gren av matematiken som behandlar avstånd, vinklar, avstånd, ytor, kroppar och former”.

Eftersom vår studie behandlar geometriska begrepp är det av vikt att förstå vad som menas med ordet *begrepp*. Ämnesområdet geometri innehåller flera olika *begrepp* som kan liknas vid avgörande byggstenar för att förstå geometrin. I takt med att matematiken utvecklas och förändras gör även matematiska begrepp det. Roos och Trygg (2018) skriver att matematiska begrepp är språkliga termer som har ett abstrakt innehåll. Det kan beskrivas som mänskliga tankekonstruktioner, och behöver uttryckas eller representeras visuellt, verbalt eller i handling. Inom geometrin kan begreppen vara *objekt*, såsom en triangel, eller en *egenskap*, såsom en triangels omkrets. Definitioner av begrepp eller objekt finns till för att precisera vad som utmärker ett begrepp så exakt som möjligt. Detta för att kunna särskilja det från andra begrepp.

Inom Piagets teorier om lärande skapade Dina och Pierre van Hiele, teorier för hur elever lär sig geometri i olika nivåer. I den första *igenkännande nivån* visualiseras och ritas figurer. I den andra *beskrivande nivån* analyseras figurerna, och lärare verbaliserar med elever vad figurerna har för egenskaper och utseenden. I den tredje *teoretiska nivån* börjar elever förstå att vissa egenskaper hos en figur medför egenskaper till en annan. Elever besitter här nödvändiga villkor för att en viss figur ska tillhöra en viss form. Den fjärde och femte nivån är för elever i årskurs 1–3 inte av relevans i denna studie då den fjärde och femte nivån uppnås vanligtvis på gymnasiet och högskolenivå. Den första och andra nivån förväntas uppnås under årskurs 1–3. Nivå tre uppnås också förhoppningsvis av många elever (Bennet & Löwing, 2015). De är viktigt att lärare blir upplysta om alla fem nivåer oavsett vilken årskurs de undervisar i och vilka kunskaper som behövs för att kunna undervisa utefter dessa då lärares kunskaper är en viktig del för elevers matematiska utveckling. De grundläggande nivåerna innefattar flertalet begrepp som är viktiga att de förstås korrekt för utvecklandet av kommande nivåer.

Läroplanen (Skolverket, 2019) skriver i sitt centrala innehåll fram vad elever ska kunna inom matematikens geometri i årskurserna 1–3. Däribland står att elever ska kunna flertalet grundläggande geometriska objekt samt grundläggande geometriska egenskaper hos dessa. De ska kunna konstruktion av geometriska objekt, skala, samt några vanliga lägesord. Elever ska kunna symmetri i såväl bilder som ute i naturen samt jämförelser och uppskattningar. De ska förstå mätning av längd, massa, volym och tid. Redan i förskoleklass kommer eleverna i bekantskap med geometri. Till största del handlar det för elever om att bekanta sig med och orientera sig i omvärlden. Karlsson och Kilborn (2015) menar att det är viktigt att så tidigt som möjligt förbereda elever för den geometri som komma skall, exempelvis genom att en kvadrat ska nämnas kvadrat och inte fyrkant. För att kunna förklara och beskriva omvärlden blir elevers grundläggande begreppskunskap avgörande. För att elever genom undervisning ska kunna utveckla en korrekt förståelse för geometri och begrepp, så behöver lärare som bedriver undervisningen ha korrekta kunskaper. Sinclair et al. (2017) menar att många lärare inte själva besitter den begreppskunskap som är nödvändig för att undervisa i geometri. Om elever frågar lärare om rätt svar kopplat till rätt begrepp på en kvadrat, fyrhörning och rektangel behöver lärare kunna förklara egenskaperna mellan de tvådimensionella figurerna. Därför är det viktigt att lärare får stöd i detta, i exempelvis lärarhandledningar som kan förmedla innehållet till lärare.

2.4 Teoretiskt perspektiv

Syftet med denna studie är att undersöka hur lärarhandledningar i matematik stöttar lärares begreppskunskaper i geometri för årskurs 1. För att besvara forskningsfrågan ska lärarhandledningar och dess kommunikation till lärare analyseras. I studiens resultatdel kommer resultatet att diskuteras utifrån *det sociokulturella perspektivet*. Det sociokulturella perspektivet betonar enligt Säljö (2014) ett beroende av det *sociala* stödet och samspelet med andra vid lärande. När människor förstår omvärlden och agerar i den används redskap och verktyg, som kallas *artefakter* och som kan vara både materiella och språkliga. Att förmedla kunskaper via artefakter kallas inom sociokulturell syn på lärande för mediering (Säljö, 2014). Ett sociokulturellt perspektiv på lärande kan alltså beskriva artefaktens betydelse för förmedlande av kunskap i sociala sammanhang. Förmedlandet av kunskap kallas inom det sociokulturella perspektivet för medierande av kunskap (Säljö, 2014). Undervisning förutsätter alltid ett antagande om vad kunskap är och hur den ska förmedlas.

Med förståelse för att det är ett omfattande perspektiv kommer det sociokulturella perspektivet endast används för att *diskutera* resultatet i denna studie. Detta anses relevant eftersom lärarhandledning utifrån ett sociokulturellt perspektiv kan betraktas som en *artefakt* som *medierar* ett innehåll från författarna till lärare i form av information och kunskap. Det innebär en social interaktion mellan lärare och lärarhandledningen. Den skrivna kommunikationen från författarna till lärarhandledningar ger information till lärare. Remillard (2016) beskriver att användandet av läromedel kan ses som ett samarbete och samspel mellan lärare och läromedlet. Detta samspel kan ses som en social interaktion mellan författarnas skrivna intention och lärare som använder läromedlet. Språket är som tidigare nämnt ett av de verktyg som människan använder för att förstå omvärlden.

3 Metod

I det här avsnittet presenteras först urvalet av läromedel och val av matematiskt område att analysera begrepp inom, därefter vår analysmetod och sist vilka etiska riktlinjer studien förhållit sig till.

3.1 Urval

Vi har i denna studie gjort två huvudsakliga urval, val av läromedel att analysera och val av matematiskt område att analysera. Valen utgår ifrån studiens syfte och frågeställning som fungerar som utgångspunkt för att undersöka vilka begrepp som framställs, och hur lärarhandledningar i matematik stöttar lärares begreppskunskaper i geometri för årskurs 1. De valda läromedlen utgår endast ifrån årskurs 1 och är *Rik Matematik 1Bs lärarhandledning* (Ryve, Tenser, Gustafsson, Lindvall, Gavel och Blomqvist, 2021) och *Favorit Matematik 1B lärarhandledning* (Haapaniemi, Mörsky, Tikkanen, Vehmas & Voima, 2019), och analysområdet är geometri. För att underlätta läsningen kommer läromedlen fortsättningsvis att benämnas som *Rik Matematik 1B* och *Favorit Matematik 1B*.

Val av läromedel

Vi valde att analysera två läromedel i vår studie för att ges möjlighet att synliggöra en eventuell skillnad. Läromedlen har jämförts utan att värderingar inkluderats. *Rik Matematik 1B* och *Favorit Matematik 1B* är relativt olika i sin uppbyggnad, vilket gör dessa intressanta för studien genom att se hur läromedel som är uppbyggda på olika sätt eventuellt skiljer sig åt i hur de förmedlar information till lärare. *Favorit Matematik 1B* kan betraktas elevbokscentrerad. Detta utifrån hur Studentlitteratur (u.å.) beskriver den. *Favorit Matematik 1B* kan även beskrivas som elevbokscentrerad utifrån att den har en omfattande elevbok som innehåller räkneuppgifter och förklaringar som den undervisande lärare kan undervisa utifrån. Lärare har, i och med detta, möjligheten att undervisa utifrån elevboken då den anses tillräckligt kunskapsberikad för att kunna undervisa utan lärarhandledning. Kommunikationen till lärare finns också via en omfattande lärarhandledningen även om det är elevboken som är i fokus. Det innebär då att *Favorit Matematik 1B* talar *genom* lärare. Detta kan förklaras genom Remillard (2000) som menar att ett läromedel som talar *genom* lärare är designat så att beskrivningar av innehållet och förklaringar är riktade direkt till eleverna. *Rik Matematik 1B* som i stället talar *till* lärare har ett upplägg som stämmer överens med vad Rik matematik (u.å.) kallar för lärarhandledningscentrerad där lärare behöver lärarhandledningen tillgänglig eftersom elevboken är ett häfte med uppgifter utan egentliga förklaringar. Remillard (2000) menar att ett läromedel som talar *till* lärare syftar på att undervisningen ska bedrivas utifrån lärares kunskaper som ges via läromedlet. Därför är elevboken endast konstruerad för färdighetsträning och undervisningen är tänkt att utgå från lärarhandledningen. Läromedlet *Favorit Matematik 1B* som motsvaras av beskrivningen "tala genom lärare" utgår från elevboken och kan undervisas utan lärarhandledning. Medan läromedlet *Rik Matematik 1B* som motsvaras av beskrivningen "tala till lärare" är beroende av lärarhandledningen för att bedriva undervisning.

Val av analysområde

Urvalet av analysområdet blev geometri utifrån att Sinclair et al. (2017) beskriver att det är

ett avsnitt i matematiken som lärare tenderar att sakna kunskap i. Därför ansåg vi det relevant att undersöka utifrån just hur lärare kunskapsmässigt stöttas vid introduktion av området i årkurs 1. Studien har begränsats till att analysera *begrepp*, och huruvida de förklaras och definieras till lärare i introduktionen till geometri. Detta eftersom geometri är ett område som innehåller många begrepp, som är avgörande för att förstå geometri. Urvalet av vilka begrepp som analyserats är gjort så att vi endast analyserar de begrepp som uttryckligen står utskrivna i Läroplan (Skolverket, 2019). Vi har även valt att inkludera frågan *var* begreppen står skrivna, för en möjlighet att synliggöra en eventuell skillnad i hur begreppen kommuniceras. I vår studie är det endast lärarhandledningarna som analyseras, vilket är mest relevant eftersom det är kommunikationen till just lärare som vår studie utgår ifrån. Digitala länkar och elevböcker har alltså inte analyserats. *Rik Matematik 1B* och *Favorit Matematik 1B* är båda läromedel som används i årskurs 1. Valet att endast inkludera lärarhandledningar till årskurs 1 i analysen gjordes för att kunna undersöka huruvida lärare stöttas i *introduktionen* till geometriska begrepp. Detta för att geometri innehåller många begrepp som elever behöver grundläggande kunskaper i för sin fortsatta skolgång.

Presentation av valda läromedel;

Rik Matematik 1B

Rik matematik är ett läromedel som framställts av svensk och internationell forskning efter flera år av samarbete mellan lärare och forskare i forskningsprojektet “framtidens läromedel” på Mälardalens Universitet. Förlaget beskriver att läromedlet lägger stort fokus på att utveckla lärare i yrkesrollen och i matematikundervisningen. Läromedlet uppmuntrar till mer lärarledd och aktiv matematikundervisning, där begrepp och matematiska idéer tar plats för att underlätta och bidra med en djupare matematisk förståelse (Rik matematik u.å.).

Vi har valt att analysera kapitel 8 i *Rik Matematik 1B*:s Lärarhandledning: “*Geometriska begrepp och deras egenskaper*”. I kommande stycke beskrivs kapitlet med våra ord. Det presenteras hur lärare ges stöttning i matematikundervisningen.

Kapitel 8 startar upp med en introduktion av geometri som matematiskt område. I introduktionen ges information om geometri och vad syftet med kapitlet är. Innehållet i lärarhandledningen förstärks genom en förklaring av Hiels teorier om hur elever lär och utvecklar geometriskt tänkande. Under rubriken geometrisk terminologi staplas viktiga begrepp upp och definieras som ett kunskapsmässigt stöd för lärare. Lärarhandledningen hjälper lärare vidare med färdiga lektionsplaneringar. Det finns förslag på hur lärare kan starta lektionen, aktiviteter att göra under lektionen och avslut med sammanfattning där frågan formuleras: “Vad har vi lärt oss”. Det finns dessutom förslag på hur lärare kan utmana elever mer eller förenkla för de svagare däribland också vanliga missuppfattningar elever kan ha. En viktig komponent är de bildspel som finns med till varje lektion som stöd för lärares undervisning och visuellt stöd för elevers lärande.

Favorit Matematik 1B

Favorit matematik kommer ursprungligen från Finland och är Sveriges mest använda basläromedel i matematik. Läromedlet har anpassats till den svenska läroplanen genom bred författargrupp. Förlaget skriver att materialet har en tydlig struktur och erbjuder

lärare ett rikt innehåll med varierande undervisningens strategier och övningar (Studentlitteratur, u.å.).

Vi har valt att analysera kapitel 4 i *Favorit Matematik 1B* Lärarhandledningens: “*Geometri och mätning*”. I kommande stycke beskrivs kapitlet med våra ord. Det presenteras hur lärare ges stöttning i matematikundervisningen.

Genomgående i kapitel 4 kan lärare alltid under den planerade lektionen läsa vilket centralt innehåll lektionen behandlar. Det finns förslag på arbetsgång, det finns tips på huvudräkningsuppgifter och problemlösningsuppgifter. Lärare får också stöd genom den så kallade ramberättelsen. Ramberättelsen tar upp och behandlar begrepp genom vardagliga förklaringar med anknytning till lektionens innehåll. Lärare kan också ta stöd och del av punkten tavlan. Under kategorin tavlan finns förberedda tavelbilder med tips på hur lärare kan visualisera kunskapen. Lärarhandledningen har dessutom färdiga genomgångar att ta del av, bland annat med stöd av digitala resurser.

3.2 Analysmetod

Studiens analys utgår ifrån kunskapsprincipen, som beskrivs i bakgrunden, och består av en innehållsanalys av två olika lärarhandledningar, dels utifrån vilka begrepp från Läroplan (Skolverket, 2019) som finns med i dessa, var de finns, och utifrån *hur* begreppen framställs. Innehållsanalys är enligt Denscombe (2009) lämplig vid enkla och direkta kommunikationsaspekter. Det anses här som en passande analysmetod, eftersom lärarhandledningar är en direkt skriven kommunikation mellan läromedelsförfattare och lärare. Denscombe (2009) beskriver också att forskaren behöver utarbeta relevanta kategorier för analysen av data, så kallade *nyckelord*. I denna studie är det de geometriska begreppen som står framskrivna i läroplan (Skolverket, 2019) som utgör de nyckelord som vi sökt efter, och de *kriterier* som vi skapade och analyserade lärarhandledningarna utifrån, vilka presenteras i tabellerna nedan. Kriterierna skapades utifrån kunskapsprincipen, som innehåller de tre underrubrikerna: *att beskriva matematiska strategier, att beskriva begrepp* samt *att använda bilder* (Van Steenbrugge & Ryve, 2018). Dessa underrubriker omarbetades och anpassades utifrån att studien endast analyserar introduktionen av geometriska begrepp, och blev till sökkriterierna: innehåller läromedlet *definitioner* av geometriska begrepp, innehåller läromedlet *förklaringar* av geometriska begrepp och om definitioner/förklaringar förstärks med bilder?

Analysen är alltså uppdelad i två delar, dels eftersöks *om* nyckelorden finns representerade i lärarhandledningen, och i så fall *var* de är framställda, och dels utifrån kunskapsprincipens underrubriker. Att undersöka *var* begreppen är skrivna gjordes eftersom det skulle kunna synliggöra en eventuell skillnad i läromedelsförfattarnas kommunikation. För att spara tid genomförde vi analysen av nyckelord och dess placering enskilt med ett varsitt läromedel, och fyllde i en gemensam tabell vartefter vi analyserade materialet. Denna tabell innehåller därmed svar på frågan om begreppen finns med, om de förklaras eller definieras, samt var de är framställda. Sedan kontrollerade vi varandras analys med stickprov. I analysens andra del, utifrån kriterierna för *hur* nyckelorden skrivs fram, analyserade vi materialet tillsammans eftersom vi ville diskutera eventuella skillnader i tolkning under arbetets gång. Detta sammanställdes också i en gemensam tabell.

En avprickning av vilka begrepp som finns med i lärarhandledningarna, och i så fall *var*, utgör ena halvan av studiens analys. Denscombe (2009) beskriver begrepp som en grundläggande komponent som fångar essensen i en sak. De begrepp som finns framskrivna i Läroplan (Skolverket, 2019) och som prickas av om de är med eller inte och sedan analyseras hur de skrivs fram är: punkter, linjer, sträckor, fyrhörningar, trianglar, cirklar, klot, koner, cylindrar, rätblock, symmetri, skala, massa, volym och tid. Dessa begrepp utgör de sökord som analysen utgår ifrån. Läroplanens framskrivna begrepp gäller för årskurserna 1–3, och denna studie analyserar endast läromedel för årskurs 1. Därför används avprickningen endast som en grund till studiens andra halva, som handlar om *hur* de beskrivs. Begreppen från Läroplanen (Skolverket, 2019) är relevanta, men deras existens eller icke-existens i lärarhandledningar för årskurs 1 värderas inte, eftersom begrepp som inte tas upp i årskurs 1 med hög sannolikhet kommer tas upp i senare årskurser. När analysen huruvida de geometriska begreppen finns med eller ej var klar, gick vi vidare med frågan om *hur* de begrepp som finns med är framställda, vilket är den andra halvan av studiens analys. Vi utgick ifrån kunskapsprincipen (Davis & Krajcik, 2005), och dess beskrivande underkategorier: *att beskriva matematiska strategier*, *att beskriva begrepp* samt *att använda matematikbeskrivande bilder* (Van Steenbrugge & Ryve, 2018). Kunskapsprincipen handlar om hur lärare ges möjlighet att utveckla matematiska kunskaper i lärarhandledningen. De tre underkategorierna användes och omarbetades till tre sökkriterier som studien utgår ifrån. Sökkriterierna ska påvisa *hur* lärarhandledningarna tillgodoser lärare med det som denna studie utgår ifrån. *Att beskriva matematiska strategier* och *att beskriva begrepp* omvandlades till frågeställningarna om läromedlet innehåller *definitioner* av geometriska begrepp, och om läromedlet innehåller *förklaringar* av geometriska begrepp. Med en definition menas, vedertagen fastställning, vilket i denna studie innefattar matematiska begrepp där syftet med definitioner är att alla som arbetar och forskar i ämnet matematik menar samma sak gällande begreppet. Om en definition saknas av ett begrepp kan en *förklaring* i stället ges. Här finns utrymme för tolkning då olika förklaringar finns beroende på person som tillfrågas. Till skillnad från att definiera något så kan en förklaring vara vad som helst, det vill säga, en förklaring kan vara vad vi eller vad andra människor menar när ett ord eller begrepp i ett visst sammanhang där definitionen av begreppen har en viss betydelse. Det kan också vara så att definitioner i lärarhandledningar saknas vilket vi i denna studie undersökt. Underkategorierna omvandlades eftersom syftet med denna studie är att undersöka hur lärarhandledningar i matematik stöttar lärares begreppskunskaper i geometri för årskurs 1, och eftersom det är just *begrepp* som studien utgår ifrån. Den tredje underkategorin: *att använda matematikbeskrivande bilder*, omarbetades till frågeställningen huruvida definitioner/förklaringar förstärks med bilder. Innebörden av underkategorin är oförändrad, men preciserad till just definitioner/förklaringar, och huruvida de förstärker begreppskunskapen. Denscombe (2009) beskriver bilder i en innehållsanalys som värdefulla, utifrån hur de kan framställa saker genom att kommunicera symbolik och dolda innebörder. Nedan visas en lista på de kriterier vår analys om framskrivna begrepps framställning utgick ifrån.

Denna del av analysen utgår ifrån följande sökkriterier:

1. Innehåller läromedlet *definitioner* av geometriska begrepp?
2. Innehåller läromedlet *förklaringar* av geometriska begrepp?
3. Förstärks definitioner/förklaringar med bilder?

Definitioner och förklaringar på matematiska begrepp ser olika ut. En definition av ett begrepp kan beskrivas som en fastställning där alla som arbetar med begreppet menar samma sak. En förklaring på ett begrepp kan ges när en definition saknas, och är mer öppen för tolkning.

3.3 Etik

Syftet med denna studie är att undersöka hur lärarhandledningar i matematik stöttar lärares begreppskunskaper i geometri för årskurs 1.

I studien har vi läst och utgått ifrån Vetenskapsrådets (2017) etiska regler om god forskningssed. Eftersom vår studie behandlar läromedelsanalys av två olika matematikläromedel har vi inte behövt vidta någon hänsyn till att skydda informanter. Vi har inte heller behövt kommunicera med andra människor eftersom enkäter eller intervjuer inte behövts för att besvara studiens forskningsfråga. Huvudfokuset i analysen har i stället varit på de två olika läromedlens material och textinnehåll. Innehållet i de två analyserande läromedlen jämförs utifrån att de är designade på olika sätt, och är därmed intressanta att jämföra ur den aspekten. Däremot har de inte värderats i förhållande till varandra, detta för att respektera och visa hänsyn till läromedelsförfattarna.

Som författare har vi behövt tänka på hur framställning av idéer, textavsnitt, data och resultat presenteras. Vetenskapsrådet (2017) skriver att plagiat är en av de vanligast förekommande former av vetenskaplig oredlighet. Det är ett brott mot god vetenskaplig sed att använda någons resultat utan att referera till originalkällan. Ett plagiat uppstår när den ursprungliga datan presenteras men källan undanhålls av författaren. Vår studie bygger på annan forskning. Därmed har vi som författare kritiskt granskat innehållet och vart tydliga med att föra fram de ursprungliga referenserna. För att upprätthålla god sed har vi, vare sig det gäller sammanfattning av text, referat eller citat alltid namngett upphovsman och originaltext. Citaten är noggrant utmärkta med citattecken så det inte ska gå att vilseleda.

4 Resultat

I den här delen presenteras studiens resultat genom en beskrivning av analysförfarandet och en sammanställning av svaret på den tvådelade forskningsfrågan. Syftet med analysförfarandet är att delge en bild av hur resultatet kommit fram utifrån analysen. Detta följs av en resultatsammanställning, som består av resultatet från avprickningen av vilka begrepp som förekom i respektive lärarhandledning och var, samt hur begreppen skrivs fram i lärarhandledningarna. Sist presenteras en kort sammanfattning av hela resultatet.

4.1 Analysförfarande

I den här delen visas exempel på hur analysförfarandet har gått till utifrån en avprickning av vilka geometriska begrepp som står i Läroplanen (Skolverket, 2019), som finns med i *Favorit Matematik 1Bs* lärarhandledning och *Rik Matematik 1B* lärarhandledning och *var* de står framskrivna. Lärarhandledningarna har analyserats var för sig.

Efter avprickningen av varje begrepp som finns med i respektive lärarhandledning utifrån de preciserande begrepp som står i Läroplanen (Skolverket, 2019) analyseras och beskrivs *hur* begreppet framställs. För att svara på frågan hur de framställs så undersöker vi om begreppen; 1 *definieras* eller *förklaras* och om 2 definitionerna eller förklaringarna förstärks med bilder.

De tre kriterier vi utgått ifrån i analysförfarandet:

1. Innehåller läromedlet *definitioner* av geometriska begrepp?
2. Innehåller läromedlet *förklaringar* av geometriska begrepp?
3. Förstärks definitioner/förklaringar med bilder?

Nedan ges exempel på vilka begrepp som fanns med i respektive lärarhandledning. Om begreppet finns med, ges en beskrivning av *hur och var* begreppet framställs. Vid citat kommer sidnummer presenteras.

Favorit matematik 1B

Punkter:

Punkter finns i lärarhandledningen men definieras inte. Däremot kan förklaringar för punkter återfinnas i avsnittet "ramberättelse". *Favorit Matematik 1b* skriver följande; "Det fanns figurer i sanden. Först fanns en liten punkt. Bredvid punkten fanns bokstaven stora E. I sanden fanns även en linjal. Bredvid linjalen fanns lilla k. Sally märkte att vid punktens namn användes stor bokstav men vid linjalens namn liten bokstav. Bredvid linjalen fanns också en nästan likadan linje. Den kallades för sträcka. Läraren frågade: vad är det för skillnad mellan sträckan och linjen? Eleverna funderade intensivt. Till slut svarade Isa: Sträckan har en start och en slutpunkt "(s.151).

Linjer:

Linjer presenteras på två ställen i lärarhandledningen men definition saknas. Det första exemplet som *Favorit Matematik 1B* förklarar linjer ges på följande sätt; "En linje fortsätter i oändlighet åt båda håll" (s.150). Begreppet förklaras också i avsnittet "ramberättelse". *Favorit Matematik 1B* skriver följande; "Av linjen ser du bara en del. Även om vi inte har ritat det så fortsätter linjen i oändlighet åt båda hållen, och därför kan den inte mätas "(s.151).

Sträckor:

Sträckor visar sig genom förklaring i lärarhandledningen. *Favorit Matematik 1b* presenterar sträckor på följande sätt; "En sträcka har en början och ett slut "(s.150). I avsnittet "ramberättelse" beskrivs också sträckor på detta sätt; "Vad är det för skillnad mellan sträckan och linjen? Eleverna funderade intensivt. Till slut svarade Isa: Sträckan har en start och en slutpunkt. Sträckan kallar du efter start- och slutpunkten "(s.151).

Fyrhörningar:

Favorit Matematik 1b visualiserar fyrhörningar i avsnittet "tavlan". Fyrhörningen förklaras också i "ramberättelsen" på följande sätt; "Hänger namnet fyrhörning ihop med att den har fyra hörn? Ja! Precis så. Fyrhörningen har alltid fyra hörn och fyra sidor" (s.147).

Trianglar:

Triangeln definieras inte men det finns en förklaring som visar sig i avsnittet "ramberättelse". Ett exempel ur *Favorit Matematik 1B* presenteras; "Hur känner du då igen en triangel? Frågade Charlie. Sally såg på triangeln och svarade: Åh, triangeln har alltid tre hörn och tre sidor" (s.147).

Cirklar:

Cirklar visualiseras endast i *Favorit Matematik 1b* i avsnittet "tavlan". Cirkeln har varken en definition eller förklaring.

Klot:

Begreppet finns med i *Favorit Matematik 1b* under det centrala innehållet för F-3. Men det definieras eller förklaras inte.

Koner:

Begreppet finns med i *Favorit Matematik 1b* under det centrala innehållet för F-3. Men det definieras eller förklaras inte.

Cylindrar:

Begreppet finns med i *Favorit Matematik 1b* under det centrala innehållet för F-3. Men det definieras eller förklaras inte.

Rätblock:

Begreppet finns med i *Favorit Matematik 1b* under det centrala innehållet för F-3. Men det definieras eller förklaras inte.

Symmetri: Symmetri visualiseras i *Favorit Matematik 1b*, i avsnittet "tavlan" och definieras i avsnittet "kunskapsbanken" enligt följande; "Symmetri innebär att föremål, konstruktioner eller organismer har en uppenbar regelbundenhet. Symmetri bildas genom att ett objekt har två delar som är varandras spegelbilder, utgående från en viss punkt, linje eller nivå. Två figurer är linjärt symmetriska, alltså varandras spegelbilder om figurerna förenas om du viker längs linjen. Denna linje kallas symmetrilinje" (s.157).

Skala:

Begreppet finns med i *Favorit Matematik 1b* under det centrala innehållet för F-3. Men det definieras eller förklaras inte.

Massa:

Begreppet finns med i *Favorit Matematik 1b* under det centrala innehållet för F-3. Men det definieras eller förklaras inte.

Volym:

Begreppet finns med i *Favorit Matematik 1b* under det centrala innehållet för F-3. Men det definieras eller förklaras inte.

Tid:

Begreppet finns med i *Favorit Matematik 1b* under det centrala innehållet för F-3. Men det definieras eller förklaras inte.

Längd:

Begreppet längd definieras och förklaras inte men används i redogörelse för andra begrepp i *Favorit Matematik 1b*. I avsnittet "ramberättelse" presenteras följande; *Visste du att förr i världen använde de måttet spann? Jag tror att många fortfarande använder hinkar, konstaterade Sally. Nej inte en hink eller en spann som du bär vatten eller sand i utan ett gammalt längdmått som heter spann*" (s.135).

Rik Matematik 1B**Punkter:**

I avsnittet "Geometrisk terminologi" förklarar *Rik Matematik 1b* punkter som ett grundläggande geometriskt objekt. Begreppet nämns på flertalet ställen i lärarhandledningen, men i syfte att förklara andra matematiska aspekter. Ett exempel från *Rik Matematik 1b*: "Avstånd mäts mellan två punkter; och är längden på den kortaste vägen mellan punkterna" (s.150).

Linjer:

I avsnittet "Geometrisk terminologi" förklarar *Rik Matematik 1B* linjen som ett grundläggande geometriskt objekt. Begreppet används mycket i anknytning till "Symmetrilinje". *Rik Matematik 1b* definierar linjer på följande sätt; "Linje betyder oftast kurva som fortsätter oändligt åt båda håll. Det krävs inte att den är rak" (s.150).

Sträckor:

I avsnittet "Geometrisk terminologi" definierar *Rik Matematik 1B* begreppet på följande sätt; "Sträcka är synonymt med linjestycke men används också i betydelsen "längden på linjestycket" (s.151). *Rik Matematik 1B* förklarar sträckor som ett grundläggande geometriskt begrepp.

Fyrhörningar:

I avsnittet "Geometrisk terminologi" definierar *Rik Matematik 1B* fyrhörningar utifrån begreppet "hörning" på detta sätt; "En månghörning brukar betecknas utgående från antalet hörn" (s.152). Begreppet visualiseras även i lärarhandledningen med bild.

Trianglar:

I avsnittet "Geometrisk terminologi" definierar *Rik Matematik 1B* begreppet triangel på följande sätt; ("tre vinklar") är den vanligaste beteckningen på trehörning" (s.151).

Cirklar:

Cirklar definieras och förklaras inte i *Rik Matematik 1B*. Som förstärkning på begreppet likformighet beskrivs just cirklar alltid vara likformiga. *Rik Matematik 1b* skriver följande om likformighet; "Två objekt är likformiga om de har samma form. De spelar ingen roll vad de har för storlek, läge eller orientering. Exempelvis är alla cirklar likformiga" (s.152).

Klot:

Begreppet finns med i *Rik Matematik 1B*. Det nämns att elever ska ges möjlighet att möta det geometriska begreppet "Klot". Men det definieras eller förklaras inte.

Koner:

Begreppet finns med i *Rik Matematik 1B*. Det nämns att elever ska ges möjlighet att möta det geometriska begreppet "Koner". Men det definieras eller förklaras inte.

Cylindrar:

Begreppet finns med i *Rik Matematik 1B*. Det nämns att elever ska ges möjlighet att möta det geometriska begreppet "Cylindrar". Men det definieras eller förklaras inte.

Rätblock:

Begreppet finns med i *Rik Matematik 1B*. Det nämns att elever ska ges möjlighet att möta det geometriska begreppet "Rätblock". Men det definieras eller förklaras inte.

Symmetri:

I avsnittet "*Geometrisk terminologi*" definierar *Rik Matematik 1B* begreppet "symmetri" på följande sätt; "*Ett geometriskt objekt är symmetriskt om det finns ett sätt flytta det som "inte märks"*" (s.152). Flera begrepp som är relaterat till symmetri definieras också, exempelvis *rotationssymmetri* och *spegelsymmetri*.

Längd:

Begreppet finns med i *Rik Matematik 1B*. Men det definieras eller förklaras inte.

Tid:

Finns inte med i lärarhandledningen.

Massa:

Finns inte med i lärarhandledningen.

Skala:

Finns inte med i lärarhandledningen.

Volym:

Finns inte med i lärarhandledningen.

4.2 Resultatsammanställning

Resultatet har sammanställts utifrån vilka begrepp från Läroplanen (Skolverket, 2019) som finns med i respektive lärarhandledning och även hur dessa begrepp har skrivits fram, som definition, som förklaring och/eller med matematikbeskrivande bildstöd. Detta har sammanställts i fyra olika tabeller (tabell 1, 2, 3, & 4). Tabell 1 & 3 innehåller begreppen från Läroplanen (Skolverket, 2019) och hur de framställs i respektive läromedel. Tabell 2 & 4 ger en sammanfattning av hur (definition, förklaring, och/eller med matematikförklarande bildstöd) begrepp skrivs fram i respektive lärarhandledning. Resultatet redovisas för respektive läromedel i *4.2.1 Favorit Matematik 1B* och *4.2.2 Rik Matematik 1B*.

4.2.1 Favorit Matematik 1B

Tabell 1

Tabell 1. Avprickning i Favorit Matematik 1B av begrepp och om dessa begrepp förklaras eller definieras samt var de finns.

BEGREPP FRÅN LÄROPLAN	FRAMSTÄLLNING I LÄROMEDEL - FAVORIT MATEMATIK 1B
Punkter	Ja. Förklaras i avsnittet "Ramberättelse".
Linjer	Ja. Förklaras i avsnittet "Ramberättelse".
Sträckor	Ja. Förklaras i avsnittet "Ramberättelse".
Fyrhörningar	Ja. Förklaras i avsnitten "Ramberättelse" och "Tavlan".
Trianglar	Ja. Förklaras i avsnitten "Ramberättelse" och "Tavlan".
Cirklar	Nej. Ingen definition eller förklaring. Visualiseras i avsnitt "Tavlan"
Klot	Nej. Ingen definition eller förklaring.
Koner	Nej. Ingen definition eller förklaring.
Cylindrar	Nej. Ingen definition eller förklaring.
Rätblock	Nej. Ingen definition eller förklaring.
Symmetri	Ja. definieras i avsnittet "Kunskapsbanken". Visualiseras även i avsnitt "Tavlan".
Skala	Nej. Ingen definition eller förklaring.
Längd	Nej. Ingen definition eller förklaring.
Massa	Nej. Ingen definition eller förklaring.
Volym	Nej. Ingen definition eller förklaring.
Tid	Nej. Ingen definition eller förklaring.

I tabellen framgår att begreppen punkter, linjer, sträckor, fyrhörningar, trianglar och symmetri finns med i lärarhandledningen för *Favorit Matematik 1B*. De flesta förklaras, och symmetri *definieras*. Av de 16 begrepp som analyserats framställs 6, vilket innebär att ca 38% av begreppen framställs. Ca 38% av begreppen förklaras, och ca 6% definieras. Detta innebär att ca 17% av de framskrivna begreppen definieras, och att ca 83% av de framskrivna begreppen förklaras i *Favorit Matematik 1B*. Begreppen skrivs fram i olika avsnitt som benämns "Ramberättelse", "Tavlan" och "Kunskapsbanken".

Tabell 2

Tabell 2. Sammanställning av kriterier från *Favorit Matematik 1B*.

KRITERIE	LÄRARHANDLEDNING - FAVORIT MATEMATIK 1B
Innehåller läromedlet definitioner av geometriska begrepp?	Ja, symmetri definieras.
Innehåller läromedlet förklaringar av geometriska begrepp?	Ja. Läromedlet innehåller fler förklaringar än definitioner. Punkter, linjer, sträckor, fyrhörning, triangel och symmetri förklaras.
Förstärks definitioner/förklaringar med bilder?	Ja. Geometriska figurer, däribland fyrhörningar och cirkel finns med. Likaså punkter, linjer, sträckor och symmetri.

I tabellen framgår att lärarhandledningen för *Favorit Matematik 1B* innehåller definitioner och förklaringar till geometriska begrepp och att dessa förstärks med bilder i begreppen "Geometriska figurer" samt punkter, linjer, sträckor och symmetri. Det framgår också att lärarhandledningen innehåller fler förklaringar än definitioner, och att det endast är ett begrepp som definieras; symmetri. Förklaringarna till punkter, linjer, sträckor och symmetri förstärks med matematikbeskrivande bilder. Det innebär att ca 67% av lärarhandledningens framskrivna begrepp som analyserats förstärks med matematikbeskrivande bilder.

4.2.2 Rik Matematik 1B

Tabell 3

Tabell 3. Avprickning i Rik Matematik 1B av begrepp och om dessa begrepp förklaras eller definieras samt var de finns.

BEGREPP FRÅN LÄROPLAN	FRAMSTÄLLNING I LÄROMEDEL - RIK MATEMATIK 1B
Punkter	Nej. Ingen definition eller förklaring.
Linjer	Ja. Definieras och förklaras i avsnittet "Geometrisk terminologi".
Sträckor	Ja. Definieras och förklaras i avsnittet "Geometrisk terminologi".
Fyrhörningar	Ja. Definieras och förklaras i avsnittet "Geometrisk terminologi". Visualiseras även med bild.
Trianglar	Ja. Definieras i avsnittet "Geometrisk terminologi".
Cirklar	Nej. Ingen definition eller förklaring.
Klot	Nej. Ingen definition eller förklaring.
Koner	Nej. Ingen definition eller förklaring.
Cylindrar	Nej. Ingen definition eller förklaring.
Rätblock	Nej. Ingen definition eller förklaring.
Symmetri	Ja. Definieras och förklaras i avsnittet "Geometrisk terminologi".
Skala	Finns inte med i lärarhandledningen.
Längd	Nej. Ingen definition eller förklaring.
Massa	Finns inte med i lärarhandledningen.
Volym	Finns inte med i lärarhandledningen.
Tid	Finns inte med i lärarhandledningen.

I tabellen framgår att begreppen linjer, sträckor, fyrhörningar, trianglar och symmetri förekommer i lärarhandledningen för *Rik Matematik 1B*. Till begreppen linjer, sträckor, fyrhörningar, och symmetri ges både förklaring och definition, och begreppet trianglar ges en definition. Resterande begrepp definieras eller förklaras inte. Av de 16 begrepp som analyserats, framställs 5, vilket innebär att ca 31% av begreppen förklaras och definieras. Ca 25% av begreppen förklaras, och ca 21% av begreppen definieras. Detta innebär att 100% av de framskrivna begrepp som lärarhandledningen innehåller definieras och 83% förklaras i *Rik Matematik 1B*.

Tabell 4

Tabell 4 - Sammanställning av kriterier från Rik Matematik 1B.

KRITERIE	LÄRARHANDLEDNING - RIK MATEMATIK 1B
Innehåller läromedlet definitioner av geometriska begrepp?	Ja. Läromedlet definierar och förklarar vad många begrepp innebär samt hur de används.
Innehåller läromedlet förklaringar av geometriska begrepp?	Ja.
Förstärks definitioner/förklaringar med bilder?	Ja, en gång. Begreppet fyrhörningar visualiseras med matematikbeskrivande bild.

I tabellen framgår att lärarhandledningen för *Rik Matematik 1B* innehåller definitioner och förklaringar till geometriska begrepp. Det framgår att definitioner finns i ett begreppsindex som heter "Geometrisk Terminologi". Lärarhandledningen innehåller en förstärkande matematikbeskrivande bild till de analyserade begreppen. Det innebär att 17% av lärarhandledningens framskrivna begrepp som analyserats förstärks med matematikbeskrivande bilder.

4.3 Resultatsammanfattning

Lärarhandledningen till *Favorit Matematik 1B* framställer ca 38% av begreppen som står framskrivna i Läroplan (Skolverket, 2019). Ca 38% av dessa begrepp förklaras, och ca 6% definieras. Det innebär att ca 17% av lärarhandledningens framskrivna begrepp definieras och ca 83% av de framskrivna begreppen förklaras. Flertalet begreppsframställningar förstärks med bilder: fyrhörningar, cirkel, punkt, linje, sträcka och symmetri. Detta innebär att ca 67% av lärarhandledningens framskrivna begrepp som analyserats förstärks med matematikförklarande bilder i *Favorit Matematik 1B*.

Lärarhandledningen till *Rik Matematik 1B* framställer ca 31% av begreppen som står framskrivna i Läroplan (Skolverket, 2019). Ca 25% av dessa begrepp förklaras, och ca 21% definieras. Det innebär att 100% av lärarhandledningens framskrivna begrepp definieras och 83% förklaras. Lärarhandledningen innehåller förstärkande matematikbeskrivande bilder till ett av de analyserade begreppen, symmetri. Detta innebär att ca 17% av lärarhandledningens framskrivna begrepp som analyserats förstärks med matematikbeskrivande bilder i *Rik Matematik 1B*.

Resultatet visar en skillnad i de analyserade läromedlens framställning av de geometriska begreppen som står skrivna i Läroplan (Skolverket, 2019). Det ena framställer 38% av begreppen, och det andra 31%. Antalet definitioner och förklaringar skiljer sig också åt. Av lärarhandledningarnas framskrivna begrepp definierar *Rik Matematik 1B* 100%, och förklarar 83%, medan *Favorit Matematik 1B* definierar 17%, och förklarar 83%. Läromedlen förklarar och definierar alltså begreppen i olika utsträckning. Lärarhandledningarna påvisar även en skillnad i *placeringen* av begrepp, alltså *var* de skrivs fram. I *Rik Matematik 1B* framställs

samtliga begrepp i avsnittet “*Geometrisk terminologi*”, medan de i *Favorit Matematik 1B* framställs i flertalet olika avsnitt som benämns “*Ramberättelse*”, “*Tavlan*” och “*Kunskapsbanken*”. Resultatet diskuteras i kapitel 5 nedan.

5 Diskussion

I denna del diskuteras först undersökningens metod och sedan dess resultat. Den förstnämnda delen behandlar studiens reliabilitet, validitet och generaliserbarhet, och i resultatdiskussionen reflekterar vi över studiens resultat i förhållande till bakgrundlitteraturen, vilket avslutas med slutledningar och tankar om fortsatt forskning utifrån dessa.

5.1 Metoddiskussion

I denna del diskuteras studien utifrån dess *reliabilitet* och *validitet*, där även reflektioner kring metoden inkluderas. Reliabilitet handlar enligt Tivenius (2015) om huruvida studien är genomförd på ett korrekt vis som genererat i ett tillförlitligt resultat. Validitet handlar om i hur hög grad en studie mäter det som avses att mätas. Alltså, om metoden kan anses vara av sådan karaktär att den kan ge svar på forskningsfrågan, och om så har gjorts.

I denna studie har två urval gjorts - dels val av läromedel, dels val av analysområde. I urvalet av de två läromedel beskrevs våra olika uppfattningar om de två undersökta läromedlen, och det påvisades en skillnad i upplägg. Urvalet gjordes därmed med argumentet att lärarhandledningarna är relativt olika uppbyggda, vilket gör det intressant att undersöka just dessa två olika byggda läromedlen. Om ett annat urval av läromedel gjorts, skulle analysresultatet och eventuella skillnader mellan läromedlen troligtvis se annorlunda ut. Urvalet av analysområdet geometri gjordes med argumentet att det är ett begreppstungt område, som elever men också *lärare* tenderar att ha bristande kunskaper i. Därför ansågs det angeläget att undersöka vilket stöd lärare får i just begreppskunskaper inom geometriområdet. Om urvalet av analysområde sett annorlunda ut skulle troligtvis både resultatet och innehåll i analysmetoden sett annorlunda ut.

I denna studie har vi eftersträvat god reliabilitet genom att det analyserade materialet är lärarhandledningar, som är skriven kommunikation. Dessa lärarhandledningars skrivna innehåll är konsekventa och oförändrade om studien skulle göras om, till skillnad från till exempel en klassrumsobservation som skulle bero på klassens olika ramfaktorer just den dagen. Studiens reliabilitet kan anses god eftersom metodbeskrivning är noggrant framskriven, vilket gör studien transparent. Den är detaljerad och vi beskriver *hur* vi gått till väga, och vilka våra *sökord* och *kriterier* vi använt. Således skulle resultatet högst troligt blir detsamma om det skulle genomföras igen av någon annan.

Studien har strävat efter god validitet genom att analysen utgått ifrån en forskningsbaserad och vedertagen designprincip. Innehållsanalysen baserades alltså på specifika sökord och kriterier, och analyserades utifrån kunskapsprincipens färdiga kriterier. I urvalet av ämnesområde att analysera valdes geometri eftersom det innehåller många begrepp och eftersom lärare tenderar att inte besitta tillräckliga kunskaper kring begreppen. Både *Favorit Matematik 1B* och *Rik Matematik 1B* använder korrekt matematiskt språk, vilket underlättar analysen utifrån våra sökord, och således även ökar studiens validitet. När

begrepp förklaras behöver begreppen skrivas ut, vilket underlättar analysen utifrån just dessa sökord. Att vi analyserat materialet utifrån just begrepp stärker studiens validitet, eftersom begreppsdefinitioner är konkreta och fastslagna, d.v.s. ändras inte över tid. Läroplanens (Skolverket, 2019) mål i geometri är skriven för åk 1–3. Eftersom våra sökord valdes ut utifrån läroplanen, hade reliabiliteten i studien kunnat öka om vi undersökt lärarhandledningarna utifrån årskurs 1, 2 och 3. Valet att ändå endast undersöka årskurs 1 gjordes i syfte att undersöka hur ämnet *introduceras* för lärare. Om begrepp inte tas upp i det analyserade materialet betraktas inte det som någon egentlig brist hos läromedlen, eftersom det finns anledning att anta att det tas upp i läromedlets andra årskurser. Därmed är resultatets andra del, alltså *hur* begreppen skrivs fram, studiens *huvudsyfte*. Vår metod för denna del av forskningsfrågan är därmed viktig.

Generaliserbarhet innebär i vilken mån forsknings fynd går att tillämpas på andra liknande exempel av den undersökta företeelsen. En kvalitativ studie som denna, som baseras på ett mindre antal fall, ger upphov till frågan om hur representativa dessa fall är och hur sannolikt det är att det återfinns på annat håll i liknande fall (Denscombe, 2009). I denna studie handlar generaliserbarheten alltså om huruvida våra fynd i *Rik Matematik 1B* och *Favorit Matematik 1B* kan förklaras eller förekomma i liknande nivåer, eller om det snarare är unikt utifrån just dessa läromedel. Denna studie kan ses som småskalig eftersom urvalet endast utgår ifrån två enskilda läromedel vilket är litet jämfört med den stora populationen som finns på marknaden. Dessutom utgår vi endast ifrån en årskurs. Det kan påverka generaliserbarheten. Firestone (1993) skriver dock att urvalen kan vara representativt för en population (d.v.s. generaliserbarheten kan anses hög) trots att urvalet är litet i jämförelse med populationen. För att öka generaliserbarheten behöver resultatet vara transparent, och författare behöver ge tillräcklig bakgrund och information för att läsaren ska kunna bedöma huruvida studien är trovärdig (Firestone, 1993). Analytisk generalisering beskrivs underlättas genom att specificera under vilka förhållanden en studie görs och dess relevans för bakgrundsteorin. Vår studies generaliserbarhet ökar därmed då vi har en tydlig metodbeskrivning och urvalsbeskrivning. Det framgår tydlig information om de analyserade läromedlen. Vi har även tydliggjort att det enbart är dessa vi analyserat. Tack vare studiens transparens i den tydligt beskrivna metoden är studien replikerbar, vilket ökar resultatets generaliserbarhet. Metoden är dessutom förankrad i vetenskaplig teori.

I analysen av hur begreppen skrivs fram i de två valda läromedlen utgick vi generellt ifrån kunskapsprincipen, som handlar om huruvida lärarhandledningar tillgodoser lärare möjligheter till kunskapsutveckling i matematiska områden. Kunskapsprincipens underrubriker är *att beskriva matematiska strategier, att beskriva begrepp samt att använda bilder* (Van Steenbrugge & Ryve, 2018). Dessa omarbetades och ligger till grund för de sökkriterier som vi använt i analysen. Denna studies analyskriterier blev då: om läromedlet innehåller *definitioner* av geometriska begrepp, om det innehåller *förklaringar* av geometriska begrepp samt om det förstärks med bilder? När ett sökord hittades i läromedlen, analyserades alltså *hur* det förmedlas till lärare. Hur förklaras begreppet? Är det med en *definition*, eller förklaras det på annat sätt? Förstärks den förmedlade begreppskunskapen med en stödjande bild? Studiens validitet och reliabilitet gynnas av att analysen och processen har gjorts utifrån vedertagna geometriska begrepp. Dessa har undersökts med sökkriterier som är byggda utifrån vedertagen forskning i området.

5.2 Resultatdiskussion

Syftet med denna studie är att undersöka hur lärarhandledningar i matematik stöttar lärares begreppskunskaper i geometri för årskurs 1. Forskningsfrågan är tudelad utifrån frågan *vilka* begrepp som framställs och *hur* lärarhandledningar framställer läroplanens utskrivna geometriska begrepp. I studien analyseras två olika läromedel: *Favorit Matematik 1B* och *Rik Matematik 1B*. Det är en jämförande studie, utan att värderingar inkluderas, vilket innebär att våra resultat och slutsatser är konstateranden. Här följer en diskussion i huruvida de analyserade materialen faktiskt stöttar lärare i dessa aspekter, och på vilka olika sätt.

Resultatet av analysen visade på att begreppen skala, massa, volym, tid, klot, kon, cylinder, längd, cirkel och rätblock inte beskrivs i något av läromedlen. Det kan göra att materialet inte blir kunskapsmässigt komplett för lärare. Samtidigt utgår denna studie endast ifrån läromedlens lärarhandledningar i årskurs 1. Därför finns anledning att anta att dessa begrepp tas upp i senare årskurser. Kunskapsprincipens kriterier att *beskriva matematiska strategier*, att *beskriva begrepp* samt att *använda bilder* (Van Steenbrugge & Ryve, 2018) uppfylls i olika grad i de analyserade materialen. Båda läromedlen förstärker sina förklaringar med bilder till ett fåtal begrepp. Här beaktas dock att vissa begrepp inte kan beskrivas med bilder. Exempelvis begreppet "punkt" definieras som något som inte har någon utsträckning eller riktning, vilket därmed inte kan visas med en bild.

Båda lärarhandledningarna innehåller både definitioner och förklaringar, men i olika grad och för olika begrepp. Studiens resultat visade att *Rik Matematik 1B* definierar en större andel av läroplanens utskrivna begrepp i sin lärarhandledning än *Favorit Matematik 1B*. Utöver skillnaden i antalet begrepp som framställs syns alltså även en skillnad i *hur* de framställs. Den påvisade skillnaden i hur de två läromedlen är designade på olika sätt är som tidigare nämnt att *Rik Matematik 1B* är mer lärarcentrerad, och *Favorit Matematik 1B* är mer elevcentrerad (3.1 Urval).

Utifrån ett sociokulturellt perspektiv kan resultatet beskrivas som att den förstnämnda artefakten, *Rik Matematik 1B*, medierar (förmedlar) sitt innehåll av begreppskunskap *till* lärare, så att lärare sedan kan förmedla detta till elever. Den andra artefakten, *Favorit Matematik 1B*, medierar i stället snarare sitt innehåll av begreppskunskap *genom* lärare, till elever. Som tidigare nämnt så kan lärarhandledningar tendera att tala *till* lärare eller *genom* lärare. Skillnaden är enligt Jukic Matic och Glasnovic Gracin (2021) att den förstnämnda är utbildande i både materialet och ämnet för lärare, den är således mer lärarcentrerad. Det sistnämnda utbildar lärare i hur materialet ska användas. Resultatet påvisar en kommunikativ skillnad mellan läromedlen i hur de förmedlar sitt innehåll. Denna skillnad är särskilt tydlig i vår analys första del som besvarar *var* begrepp är framskrivna. *Rik Matematik 1B* talar *till* lärare genom en "Geometrisk Terminologi" i inledningen, medan *Favorit Matematik 1B* talar *genom* lärare genom att framställa sina förklaringar i "Ramberättelse", "Tavlan" och "Kunskapsbank". Avsnitten "Ramberättelser" och "Tavlan" är riktade att framställas direkt till elever genom lärare, medan "Kunskapsbank" finns till för att tala direkt till lärare. Det indikerar att lärarhandledningarna till *Rik Matematik 1B* och *Favorit Matematik 1B* förmedlar kunskap på olika sätt, den ena *till* lärare och den andra *genom* lärare.

Kunskapsprincipen är avsedd att stötta lärare och samtidigt öka hens kunskap (Van Steenbrugge & Ryve, 2018). Utifrån det tidigare beskrivna MKT-ramverket ser vi att

båda lärarhandledningarna vi analyserat har potential att öka lärares *Specialized Content Knowledge* (SCK). Både SCK och CCK handlar om lärares egen kunskap, och inte om hur den ska förmedlas. Vi ser att framför allt SCK har möjlighet att öka genom de analyserade lärarhandledningarna, eftersom den handlar om att lärares förståelse och kunskap till bakomliggande matematik. Denna kunskap kan öka med båda dessa lärarhandledningar, eftersom båda förmedlar begreppskunskap till lärare. *Rik Matematik 1B* ökar lärares SCK genom att tala direkt till lärare och belysa de geometriska begreppen. *Favorit Matematik 1B* ökar lärares SCK genom att tala till elever genom lärare, och på så vis tillgodose lärare med de kunskaper och det innehåll som elever ska undervisas i.

Å ena sidan visar studiens resultat således på ett relativt jämnt resultat mellan läromedlen. Å andra sidan är det intressant att diskutera resultatet utifrån vilken uppbyggnad som faktiskt bidrar till den mest framgångsrika undervisningen. De analyserade lärarhandledningarna är utformade på olika sätt, och kan därmed tillgodose lärare med dessa kunskaper på olika vis. Vi ser att en kunskapsökning inom geometriska begrepp är möjlig via båda dessa lärarhandledningar, men på olika vis eftersom de är olika utformade och kommunicerar olika till lärare. *Rik Matematik 1B* beskriver och definierar begrepp direkt till lärare, medan *Favorit Matematik 1B* mestadels beskriver begrepp på ett sätt som det direkt kan förmedlas till elever. Denna studie utgår inte från vår egen värdering, men det är intressant att diskutera vad vi som framtida lärare tänker utifrån vår översikt över hur läromedlen är utformade. Våra reflektioner är att vi uppskattar en lärarhandledning som talar *till* oss som lärare. Informationen och kunskapen upplevs mer lättillgänglig i ett begreppsindex än i undervisande berättelser och uppgifter. Vi reflekterar även över att undervisning är en social interaktion mellan lärare och elever. Som vi skrivit i avsnitt 2.3 *Geometriska begrepp i undervisningen* så är det viktigt att lärare får stöttning i att kunna besvara elevers frågor korrekt. Därmed vill vi som lärare känna oss förberedda på elevers frågor, och upplever en lärarhandledning som talar *till* oss som mest stöttande i det.

Sammanfattningsvis indikerar resultatet att de analyserade läromedlen uppfyller principen, *förstå de stora matematiska idéerna*, i olika grad och på olika vis. Kunskapen förmedlas på olika sätt eftersom *Rik Matematik 1B* tenderar att tala *till* lärare, snarare än *genom* lärare, som *Favorit Matematik 1B* tenderar att göra. Den tvådelade forskningsfrågan “*Vilka begrepp från Läroplanen beskrivs i lärarhandledningar för årskurs 1, och hur?*” har dels besvarats i studiens resultatdel, dels i diskussionen. Vår slutsats är att *Favorit Matematik 1B* talar *genom* läraren, medan *Favorit Matematik 1B* talar *till* läraren. Att kunskapen förmedlas i olika grad och på olika sätt innebär i praktiken att lärare ges olika stöttning i sin undervisning baserat på vilket läromedel som används. Därför vore det intressant att vidare undersöka eventuella skillnader i hur begreppen undervisas utifrån de olika läromedlen och de skillnader som vi identifierat.

Referenser

- Ball, D. L., & Cohen, D. K. (1996). Reform by the book: What is—or might be—the role of curriculum materials in teacher learning and instructional reform. *Educational Researcher*, 25(9), 6–8, 14.
- Bennet, C., & Löwing, M. (2015) *Geometri – En kort inledning*. Skolverket. Rapport inkluderad i Skolverkets modul ”Matematiklyftet”. Hämtad från: [https://larportalen.skolverket.se/LarportalenAPI/api-v2/document/path/larportalen/material/inriktningar/1-matematik/Grundskola/422_geometri%20åk4-6/1_didaktiskamnesanalys/material/flikmeny/tabA/Artiklar/G4-6_01A_01_Geometri_inledning%20\(1\).docx](https://larportalen.skolverket.se/LarportalenAPI/api-v2/document/path/larportalen/material/inriktningar/1-matematik/Grundskola/422_geometri%20åk4-6/1_didaktiskamnesanalys/material/flikmeny/tabA/Artiklar/G4-6_01A_01_Geometri_inledning%20(1).docx)
- Boesen, J., Helenius, O., Bergqvist, E., Bergqvist, T., Lithner, J., Palm, T. & Palmberg, B. (2014). Developing mathematical competence: from the intended to the enacted curriculum. *The Journal of Mathematical Behavior*, 33, 72–87.
- Davis, E. A., & Krajcik, J. S. (2005). Designing educative curriculum materials to promote teacher learning. *Educational researcher*, 34(3), 3–14.
- Denscombe, M. (2009). *Forskningshandboken: för småskaliga forskningsprojekt inom samhällsvetenskaperna*. (2. uppl.) Lund: Studentlitteratur.
- Firestone, A.W (1993) Alternative Arguments for Generalizing from Data as Applied to Qualitative Research. *Educational Researcher*, 22(4) 16–23.
- Haapaniemi, S., Mörsky, S., Tikkanen, A., Vehmas, P. & Voima, J. (2019). *Favorit matematik 1B Lärarhandledning*. (Upplaga 2). Lund: Studentlitteratur.
- Jablonka, E., & Johansson, M. (2010). Using texts and tasks. *The first sourcebook on Nordic research in mathematics education*, 363–372.
- Jukic Matic, L., & Glasnovic Gracin, D. (2021). How do teacher guides give support to mathematics teachers? Analysis of a teacher guide and exploration of its use in teachers’ practices. *Routledge, volym (23)*. S. 1–20. DOI.
- Karlsson, N. & Kilborn, W. (2015). *Matematikdidaktik i praktiken: att undervisa i årskurs 1–6*. (1. uppl.) Malmö: Gleerups Utbildning.
- Löwing, M. & Kilborn, W. (2010). Elevers kunskaper i mätning och geometri. *Nämnaaren, nr 1*, 10–17. Hämtad från: http://ncm.gu.se/pdf/namnaren/1017_10_1.pdf
- Remillard, J.T. (2016). How to partner with your curriculum. *Educational Leadership* 74 (2). 34–38
- Remillard, J.T. (2000) Can Curriculum Materials Support Teachers’ Learning? Two Fourth Grade Teachers’ Use of a New Mathematics Text. *The Elementary School Journal*. Volume 100, Number 4. The University of Chicago.
- Roos, H., & Trygg, L. (2018). *Begrepp och representationer*: [ingår i Lärportalens modul Matematik-Specialpedagogik, Matematikdidaktik och specialpedagogik, Del 2: Begrepp och representationer, årskurs 4–6].
- Ryve, A., Tenser, M., Gustafsson, P., Lindvall, J., Gavel, H. & Blomqvist, F. (2021). *Rik matematik 1 B Lärarhandledning, bok + digitala resurser*. Bonnierförlagen Lära.

- Sinclair, N., Cirillo, M. & De Villiers M. (2017). The learning and teaching of geometry. In J. Cai (Ed.), *Compendium for research in mathematics education* (pp. 457–489). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Skolverket. (2019) *Läroplan för grundskolan, förskoleklassen och fritidshemmet 2011*. Stockholm: Skolverket.
- Säljö, R. (2014). *Den lärande människan – teoretiska traditioner*. Lundgren, U P.
- Säljö, R. & Liberg, C. (Red.) *Lärande, Skola, Bildning - grundbok för lärare*. (Tredje reviderade och uppdaterade utgåvan s. 251–309). Stockholm: Natur & kultur.
- Tivenius, O. (2015) *Uppsatsens inre liv*. (1. Uppl.) Lund: Studentlitteratur.
- Van Steenbrugge, H., & Ryve, A. (2018). *Developing a reform mathematics curriculum program in Sweden: relating international research and the local context*. ZDM, 50(5), 801–812.
- Vetenskapsrådet (2017). *God forskningssed* [Elektronisk resurs]. (Reviderad utgåva). Stockholm: Vetenskapsrådet. [https://www.vr.se/analys/rapporter/vara-
rapporter/2017-08-29-god-forskningssed.html](https://www.vr.se/analys/rapporter/vara-rapporter/2017-08-29-god-forskningssed.html) (Hämtad 20220505)

Analyserade läromedel

- Haapaniemi, S., Mörsky S., Tikkanen, A., Vehmas, P., & Voima, J. (2019). *Favorit Matematik 1B lärarhandledning*. Lund: Studentlitteratur AB.
- Ryve, A., Tenser, M., Gustafsson, P., Lindvall, J., Gavel, H. & Blomqvist, F. (2021). *Rik matematik 1B lärarhandledning*.