

# ARBETET MED REPRESENTATIONSFORMER I MATEMATISK PROBLEMLÖSNING

En kvalitativ studie om hur åtta grundskollärare beskriver sitt arbete med representationsformer för att utveckla elevers problemlösningsförmåga.

**AZNIV KOUYOUMJIAN & CAROLINE OWE**

Akademien för utbildning, kultur och kommunikation

Matematik

Examensarbete i lärarutbildningen

Avancerad nivå

15 hp

Handledare: Jan Olsson

Examinator: Maria Larsson

Termin: 8 År: 2021



MÄLARDALENS HÖGSKOLA  
ESKILSTUNA VÄSTERÅS

Akademien för utbildning  
kultur och kommunikation

SJÄLVSTÄNDIGT ARBETE 2

MAA037

15 hp

Termin 8

År 2021

## SAMMANFATTNING

---

Caroline Owe & Azniv Kouyoumjian

Årtal 2021

Antal sidor: 23

---

Syftet med denna kvalitativa studie är att fördjupa kunskaper om grundskollärares användning av olika representationsformer och lärarnas syn på hur de olika representationsformerna kan hjälpa elever i årskurs 1–3 att utveckla sin problemlösningsförmåga. Representationsformer såsom bilder, konkret material, ord och symboler kan användas av eleverna för att förstå problemet, komma fram till och visa sina lösningar. I studien har vi genomfört semistrukturerade intervjuer med åtta lärare i årskurserna 1–3. Intervjuszvaren har tolkats utifrån ett sociokulturellt perspektiv där bland annat mediering och den proximala utvecklingszonen ingår. Studiens resultat visar att elevernas val och användning av olika representationsformer kan påverkas av lärarens egen användning av representationsformer. Lärarna anger att eleverna med hjälp av representationsformer kan synliggöra sina tankar och på så vis förstå ett problem och dess lösning. Resultatet visar att lärarna använder sig utav flera olika representationsformer men för det mesta bara en eller två åt gången istället för att regelbundet kombinera dem.

---

**Nyckelord:** Representationsformer, problemlösning, matematikundervisning, kommunikation.



MÄLARDALENS HÖGSKOLA  
ESKILSTUNA VÄSTERÅS

School of Education,  
Culture and Communication

DEGREE PROJECT 2

MAA037

15 credits

Semester 8

Year 2021

## ABSTRACT

---

Caroline Owe & Azniv Kouyoumjian

Year: 2021

Number of pages: 23

---

The purpose of this qualitative study is to investigate and deepen the understanding of primary school teachers' view on their use of different representations and in what way the different representations can aid students in grades 1-3 in developing their problem-solving ability. Representations such as pictures, concrete objects, words and symbols can be used by the students understand the problem, reach and show their solutions. In this study we have conducted semi-structured interviews with eight grade 1-3 teachers. The interview responses have been interpreted with a sociocultural perspective where, among other things, mediation and the zone of proximal development are included. The result of the study shows that the students' choice and use of different representations can be affected by the teacher's own use of representations. . The teachers state that the students with the aid of representations can visualise their thoughts and with that understand a problem and its solution. The results show that the teachers use several representations but for the most part only one or two at the time instead of regularly combining them.

---

**Keywords:** Representations, problem-solving, mathematics teaching, communication.

## Innehåll

|       |   |    |
|-------|---|----|
| 1     | Inledning .....   | 1  |
| 1.1   | Syfte.....  | 2  |
| 2     | Tidigare forskning .....  | 2  |
| 2.1   | Definition av problemlösningsförmåga.....                             | 2  |
| 2.2   | Lärarens roll för utvecklingen av elevers problemlösningsförmåga..... | 2  |
| 2.3   | Definition av begreppet representationsform.....                      | 3  |
| 2.4   | Att arbeta med varierande representationsformer .....                 | 4  |
| 3     | Teoretiskt perspektiv .....   | 4  |
| 3.1   | Sociokulturella perspektivet .....                                    | 4  |
| 3.1.1 | Proximal utvecklingszon .....   | 5  |
| 3.1.2 | Mediering .....   | 5  |
| 4     | Metod .....   | 5  |
| 4.1   | Metodologi .....  | 5  |
| 4.2   | Urval.....  | 6  |
| 4.3   | Datainsamling.....  | 6  |
| 4.4   | Databearbetning .....   | 6  |
| 4.5   | Tolkning av empiri.....   | 7  |
| 4.6   | Forskningsetiska principer .....                                      | 8  |
| 4.7   | Pålitlighet och trovärdighet .....                                    | 8  |
| 5     | Resultat och analys .....   | 8  |
| 5.1   | Lärares resonemang kring problemlösningsförmågan.....                 | 9  |
| 5.1.1 | Begreppet problemlösningsförmåga .....                                | 9  |
| 5.1.2 | Lärarnas arbetssätt .....   | 9  |
| 5.1.3 | Hur elevers problemlösningsförmåga synliggörs för lärarna .....       | 10 |
| 5.1.4 | Hinder för utveckling av elevernas problemlösningsförmåga .....       | 10 |
| 5.1.5 | Analys .....  | 11 |
| 5.2   | Lärares arbete med olika representationsformer.....                   | 12 |
| 5.2.1 | Representationsformers funktion.....                                  | 12 |
| 5.2.2 | Elevers användning av representationsformer .....                     | 12 |

|       |   |    |
|-------|---|----|
| 5.2.3 | Lärares tankar kring representationsformer .....  | 12 |
| 5.2.4 | Lärares arbetssätt med representationsformer .....  | 13 |
| 5.2.5 | Analys .....  | 13 |
| 6     | Slutsatser .....  | 14 |
| 7     | Diskussion .....  | 14 |
| 7.1   | Metoddiskussion .....   | 14 |
| 7.2   | Resultatdiskussion .....  | 15 |
| 7.2.1 | Par- och gruppdiskussioner är centrala för att utveckla problemlösningsförmågan .....                       | 15 |
| 7.2.2 | Lärares användning av representationsformer påverkar utvecklingen av elevernas problemlösningsförmåga ..... | 16 |
| 7.2.3 | Elever väljer att använda de representationsformer de känner sig trygga med .....                           | 16 |
| 7.2.4 | Det är viktigt att koppla användningen av representationsformer till vardagliga situationer .....           | 17 |
| 8     | Avslutning .....  | 17 |
| 9     | Referenser .....  | 18 |
|       | Bilaga 1: Uppgifter om informanterna .....  | 20 |
|       | Bilaga 2: Intervjufrågor .....  | 21 |
|       | Bilaga 3: Representationsmodeller .....   | 22 |
|       | Bilaga 4: Informationsbrev .....  | 23 |

# 1 Inledning

Matematik betraktas som en konst, ett språk, en vetenskap och ett hjälpmedel som förekommer omkring oss i vardagen och samhället. Matematikundervisning ska möjliggöra matematikinlärning för alla elever (Grevholm, 2014). Problemlösning är en viktig del i matematikundervisning i de lägre årskurserna, vilket innebär att det bör genomsyra undervisningen från tidig ålder och under lång tid (Palmér och van Bommel, 2019). Häggblom (2013, s. 16) beskriver förmågan att lösa problem som "en av vardagslivets grundfärdigheter". Under den verksamhetsförlagda delen av utbildningen har vi uppmärksammat att många elever har brister i problemlösningsförmågan. Det visade sig ofta att de inte ville arbeta vidare när det handlade om problemlösning. Enligt en kvalitetsgranskning som genomförts av Skolinspektionen (2009) består matematikundervisningen främst av enskild räkning vilket gör att eleverna får begränsade möjligheter för att utveckla sin problemlösningsförmåga. "Detta får konsekvensen att gemensamt samtal om matematiska fenomen får för litet utrymme i förhållande till mekaniskt räknande i läroboken" (Skolinspektionen, 2009, s. 8). Redan 1962 nämns problemlösning i grundskolans läroplan (Skolöverstyrelsen, 1964). I den nu gällande kursplanen för matematik står det att "Undervisningen ska bidra till att eleverna utvecklar kunskaper för att kunna formulera och lösa problem samt reflektera över och värdera valda strategier, metoder, modeller och resultat" (Skolverket, 2019, s. 54). Szabo (2013) skriver att elever i den svenska skolan trots läroplanens betoning av problemlösning som en viktig del av matematiken uppvisar otillräcklig måluppfyllelse när det gäller problemlösning.

Problemlösningssituationer förknippas ofta med användning av olika representationsformer för att lösa problem och för att redovisa olika sätt att lösa dem på (Grevholm, 2014). "Genom att eleven växlar mellan en konkret representation, en bild, en verbal beskrivning och en beskrivning med matematiska symboler stärks förmågan att tänka flexibelt på problemet" (Grevholm, 2014, s. 223). Eleverna behöver kunna kommunicera och testa olika representationsformer för att förstå matematik. Det innebär att eleverna måste få kommunicera matematik och anknyta till sin vardag. När eleverna får möjlighet att regelbundet använda olika representationsformer vid problemlösning upptäcker de att skriftlig och muntlig kommunikation samt bildframställningen är viktiga verktyg för deras förståelse av problemen (Ahlberg, 1992; Mainali, 2021). Enligt läroplanen ska skolan ge eleverna möjlighet att utveckla sina kunskaper för att kunna uttrycka sig på flera sätt (Skolverket, 2019). Elever ska ges möjlighet att med olika uttrycksformer kommunicera i matematik (Utbildningsdepartementet, 2010).

Vi uppmärksamade under VFU-perioderna att elever bara använde sig av en representationsform, symboler, för att lösa en uppgift eller beskriva sin lösning. Då väcktes en nyfikenhet på att undersöka hur arbetet med de olika representationsformerna (till exempel symboler, bilder, föremål och ord) kan vara till nytta för både lärare och elever och därmed utveckla elevernas matematiska förmågor. Ahlberg (1992) framhåller i sin studie hur grundskoleelever inte ges större möjlighet att använda olika uttrycksformer vid problemlösningsuppgifter. Istället inriktas matematikundervisningen mest mot att eleverna ska utveckla sin beräkningsförmåga genom att använda talsymboler. För att göra undervisningen förståelseinriktade krävs en hög läraraktivitet (Häggblom, 2013). Därav är det viktigt att undersöka hur lärare arbetar med att utveckla elevernas användning av olika representationsformer.

## 1.1 Syfte

Syftet med studien är att fördjupa kunskaper om grundskollärares användning av olika representationsformer och lärarnas syn på hur de olika representationsformerna kan hjälpa elever i årskurs 1–3 att utveckla sin problemlösningsförmåga. Studiens syfte uppnås genom att besvara följande forskningsfråga:

- Hur beskriver lärare att de arbetar med olika representationsformer för att utveckla elevernas problemlösningsförmåga?

## 2 Tidigare forskning

Detta kapitel har delats in i fyra avsnitt. De två första handlar om matematisk problemlösningsförmåga medan de två sista handlar om representationsformer.

### 2.1 Definition av problemlösningsförmåga

Begreppet problemlösning i sig är tvetydigt och ett allmänt begrepp som människor använder sig av i sin vardag och vilket kan ges olika innebörder (Riesbeck, 2000). När problemen ansluts till vardagliga eller konkreta situationer kan de ibland lösas direkt utan användning av matematiska uttrycksformer. Ibland krävs en koppling mellan matematiska metoder, begrepp, uttrycksformer och matematiska aktiviteter. I kursplanen uttrycks problemlösning som en viktig del i matematikundervisningen som beskrivs som en förmåga som eleverna ska utveckla och samtidigt som ett centralt innehåll (Skolverket, 2019).

I den svenska grundskolan är det inget nytt att arbeta med problemlösning men beskrivningarna av begreppet har förändrats (Palmér och van Bommel, 2019). Matematikundervisningen har gått från att undervisa *för* problemlösning (Lgr69), till att undervisa *om* problemlösning (Lgr80) till att undervisa *genom* problemlösning (Lgr11). Den tidigare föreställningen av problemlösningen ses ur ett behavioristiskt perspektiv och den bör föregås av ett antal delförmågor (Riesbeck, 2000). Idag, när det undervisas genom problemlösning, lär eleverna sig problemlösning, matematikinnehåll och utvecklar sina andra förmågor genom problemlösande arbetssätt (Palmér och van Bommel, 2019). Detta stämmer in på Piagets teori, vilket innebär att eleven måste tillägna sig nya kunskaper aktivt samt vara självstyrande och problemlösande i olika sammanhang (Riesbeck, 2000). Problemlösning kan vara ett mål och även ett medel i matematikundervisningen skriver Häggblom (2013). Vidare säger författaren att eleverna behöver fördjupade kunskaper för att förstå matematiska situationer och koppla dessa till vardagliga situationer. Därför behöver de träna med matematikens olika uttrycksformer för att kunna formulera dessa. Att beskriva och formulera tolkningar av vardagliga och matematiska situationer med hjälp av matematikens uttrycksformer är aspekter av problemlösning (Palmér och van Bommel, 2019).

### 2.2 Lärarens roll för utvecklingen av elevers problemlösningsförmåga

Läraren har en viktig roll inför, under och efter problemlösningen. Hen behöver vara aktiv och i enlighet med läroplanen ge eleverna möjlighet att lära sig reflektera över sin

lösning, värdera valda strategier och resultat (Palmér och van Bommel, 2019). Det innebär att eleverna behöver kunna kommunicera matematik genom att använda symbolspråk, argumentera och uppföra logiska resonemang. Detta sker genom att använda sig av verbala och icke-verbala uttryck vid arbetet med problemlösning (Palmér och van Bommel, 2019; Grevholm, 2014).

Matematikundervisningen består enligt Taflin (2007) av två delar. Den första delen handlar om kommunikation mellan lärare och elev, där lärare bör vara förberedd på olika lösningsstrategier och idéer från eleverna. Den andra delen handlar om gemensamma helklassdiskussioner, där läraren bör vara ledare för att kunna lyfta fram alla elevers individuella förmågor och koppla detta till deras vardag. Då behövs lärarens ämnesdidaktiska kunskaper för att kunna se matematiken genom elevens tankar och ge eleven ett matematiskt språk, ett redskap för att kunna uttrycka sig och därigenom utveckla sina matematiska förmågor. Häggblom (2013) skriver att elever behöver vägledning för att vid problemlösning kunna komma fram till vilka tankeprocesser som är aktuella.

Problemlösningsförmågan kan utvecklas genom att eleverna får upptäcka de fem delmålen (Ahlberg, 1992):

- att det finns ett antal olika sätt att lösa ett problem och att sammanförande av olika strategier stödjer eleverna i förståelsen av problemet
- att matematiska problem är en del av vardagliga problem
- att det matematiska symbolspråket kan förknippas med det vardagliga språket
- att skriva, rita och tala är viktiga hjälpmedel vid problemlösning
- att det tar tid att lösa ett problem

Dessa delmål samverkar i en gemensam kontext och de kan inte uppnås isolerade från varandra. Delmålen anses vara en utgångspunkt för planeringen av undervisningen samt för problemens utformning och innehåll (Ahlberg, 1992). Det är viktigt att läraren bedriver undervisningen på så vis att de fem delmålen för undervisning i problemlösning kan uppnås.

### 2.3 Definition av begreppet representationsform

Begreppet representationsform ses likbetydande med ordet uttrycksform (Grevholm, 2014). För att lösa ett problem och att visa och uttrycka olika sätt att lösa det används olika representationsformer. Det finns flera representationsmodeller. En av dessa är *KLAG*-modellen (Bilaga 3) som tydliggör hur elever kan representera eller uppvisa sin lösning av ett problem (Häggblom, 2013). *KLAG*-modellen består av fyra representationsformer: konkret, aritmetisk/algebraisk, logisk/språklig och grafisk/geometrisk. En ytterligare representationsmodell är *Tanketavlan* (Bilaga 3) utformad av McIntosh (2008). *Tanketavlan* består av fyra fält: *bild*, *föremål*, *ord* och *symboler* och kan användas av elever i tidiga år. Genom *Tanketavlan* kan eleverna beskriva och uttrycka sina räknestrategier. Både *Tanketavlan* och *KLAG*-modellen bidrar till att eleverna får möjlighet att se problemet från olika perspektiv och får reflektera över problemen (Häggblom, 2013; McIntosh, 2008). När eleverna regelbundet använder dessa representationsformer vid problemlösning kan de upptäcka att dessa uttrycksformer, liksom skriftlig och muntlig kommunikation är betydelsefulla medel vid problemlösning i matematik och att dessa representationsformer kompletterar och stöttar varandra



(Ahlberg, 1992). Mainali (2021) beskriver hur flera forskare på olika sätt delat in representationsformer i kategorier. Forskarna är dock överens om att ingen representationsform är de andra överlägsna i alla situationer. Med anledning av detta är det viktigt att eleverna känner till, och är förtrodda med, olika sätt att representera sina tankar när de löser olika former av problem.

## 2.4 Att arbeta med varierande representationsformer

Olika elever föredrar olika representationsformer, detta kan även variera för samma elev beroende på vilket slags problem de ställs inför. Elever behöver kunna *översätta* information från en representationsform till en annan, exempelvis från ord till en tabell eller från en bild till matematiska symboler. Förmågan att översätta detta utvecklas bäst genom att öva på att både gå från källans representationsform till målformen och från målformen till den ursprungliga. Förslagsvis kan elever som ska lära sig översätta ord till en tabell istället börja med det omvända, översätta tabeller till ord (Mainali, 2021). För att effektivt kunna undervisa i matematik måste läraren känna till den effektiva valet av strategi och representationsform har på elevers inläring. Olika representationsformer kan belysa olika delar av ett matematiskt problem (ibid.). När lärare i sina instruktioner endast förlitar sig på en slags representationsform begränsas elevernas möjligheter att applicera andra representationsformer på liknande problem. Lärare behöver därför fokusera på att ta med flera olika representationsformer i introduktionsstadiet (ibid.).

## 3 Teoretiskt perspektiv

Denna studie utgår ifrån det sociokulturella perspektivet. I detta kapitel presenteras perspektivet och de delar som särskilt används i denna studie.

### 3.1 Sociokulturella perspektivet

Sociokulturellt perspektiv på lärande relateras till Lev Vygotskij som ansåg att språk och tänkande hör ihop (Säljö, 2014). Enligt detta perspektiv lär sig och utvecklas människan via användning av språket och i kommunikation med andra. Människan anses även enligt perspektivet som en redskapsanvändare som använder sig av olika verktyg för att kunna överleva. Säljö (2014) sorterar redskap efter deras funktion, psykologiska och fysiska redskap. De psykologiska redskapen liksom siffersystemet och alfabetet använder vi oss vid kommunikation och tänkande. De fysiska redskapen är de föremålen som finns omkring oss bland annat böcker, bilder och digitala verktyg. De två aspekterna, de psykologiska tankeprocesserna och de fysiska redskapen ingår i en helhet.

Enligt det sociokulturella perspektivet krävs ständig kommunikation mellan lärare och elever samt sinsemellan elever för att analysera och förstå omvärlden (Säljö, 2014). Enligt Vygotskij innebär artefakter de språkliga och fysiska redskap som förekommer i människans sociala verksamheter, vilket möjliggör inläring och utveckling (ibid.). De artefakter som vi använder i matematikundervisning, såsom laborativt material, miniräknare och lärobok är förmedlande resurser som har en avgörande roll i elevers matematikinläring och utveckling. Matematikinläring enligt denna teori innebär att memorera faktakunskaper, metoder och att problematisera, undersöka, reflektera och komma fram till lösningar genom dialog och samspel med andra individer.

### 3.1.1 Proximal utvecklingszon

Proximala utvecklingszonen är en av de mest centrala idéerna inom den sociokulturella teorin. Vi anser att elever bör ges möjligheten att befinna sig i den proximala utvecklingszonen under arbetet med problemlösningsuppgifter. Därav lämpar det sig att undersöka hur väl informanternas svar överensstämmer med denna teori för att besvara vår forskningsfråga. Enligt Vygotskijs teori handlar proximala utvecklingszonen om stöttning och vägledning från en lärare eller andra i klassen, vilket möjliggör för att utveckla varje enskild elevs matematiska förmågor. När elevens egna förmågor inte räcker till för att lösa ett problem på egen hand övergår hen till en proximal utvecklingszon. Detta sker exempelvis genom att läraren ger eleverna möjlighet att använda olika representationsformer själva och tillsammans med andra för att nå en lösning istället för att läraren bara ger dem svaret. Där sker lärande i en social miljö med stöttning av en lärare eller en kompis. Inom den proximala utvecklingszonen främjar det sociala lärandet elevens utveckling (Lundström, 2015).

### 3.1.2 Mediering

Mediering är ett grundläggande begrepp i den sociokulturella teorin, vilket innebär samverkan mellan individer och de kulturella redskapen, alltså artefakter för att mediera verkligheten (Lundström, 2015). "Begreppet mediering, innebär att individen hanterar sin verklighet med hjälp av olika fysiska och intellektuella redskap" (Lundström, 2015, s. 66). Den språkliga medieringen är enligt Säljö (2014) det viktigaste redskapet för det sociokulturella perspektivet och det kallas även mentalt redskap. Detta redskap använder individen för att göra sig begriplig och för att exempelvis kunna läsa, räkna och skriva. Medan den fysiska medieringen har individen skapat för att tillgodose sina behov. Representationsformer såsom bild, symbol, ord och konkret material innefattar både fysiska och språkliga redskap. Genom representationsformer kan eleverna kommunicera och uttrycka matematiken med och för varandra. Genom transformationer stärks elevens kunskap att använda olika representationsformer för att kommunicera matematiskt innehåll (Mainali, 2021).

## 4 Metod

I kapitlet redogörs för studiens genomförande. Vi inleder med att presentera vår valda *4.1 Metodologi*. Därefter i *4.2 Urval* beskriver vi hur vi valt ut de informanter som deltar i studien. Nästföljande tre underrubriker beskriver i kronologisk ordning hur *4.3 Datainsamling*, *4.4 Databearbetning* och *4.5 Tolkning av empiri* har gått till. De två avslutande underrubrikerna i detta kapitel är *4.6 Etiska principer* och *4.7 Pålitlighet och trovärdighet*.

### 4.1 Metodologi

För studien valde vi en kvalitativ ansats i form av intervjuer med åtta grundskollärare i årskurs 1–3. Intervjuer valdes eftersom forskningsfrågan handlar om lärares syn på sitt arbete med representationsformer och vi vill få fram lärarnas egna tankar och åsikter. Intervjuer är en lämplig metod för att undersöka personers upplevelser och åsikter (Denscombe, 2018). Begreppet intervju innebär att framföra en konversation och utbyte av information med personer i ett socialt sammanhang (Bjørndal, 2005).

## 4.2 Urval

I denna studie har vi gjort ett bekvämlighetsurval som går ut på att göra det så enkelt och lättillgängligt som möjligt för såväl forskarna som informanterna (Denscombe, 2018). Vi har valt att intervjua lärare vi har haft kontakt med under den verksamhetsförlagda utbildningen samt som yrkesutövande lärare. Vi vet att de har tillräcklig kunskap och erfarenhet för att kunna besvara våra intervjufrågor som sedan leder till att vi kan besvara vår forskningsfråga. Det faktum att informanterna känner oss kan leda till att de känner sig mer bekväma med och trygga i att svara på våra frågor. De åtta informanterna har olika lång erfarenhet, från några månader upp till över 35 år som yrkesverksamma lärare. Informanterna är tillsammans yrkesverksamma på fem olika skolor, i två olika kommuner.

## 4.3 Datainsamling

Den valda datainsamlingsmetoden för denna studie är semistrukturerade intervjuer som har genomförts både via e-post och på plats fysiskt. Detta eftersom flera informanter inte har haft tid och möjlighet att ställa upp på personliga intervjuer. Vi har valt att använda oss av intervjuer eftersom vi ämnar synliggöra lärarnas syn på sitt arbete med representationsformer. Samtliga frågor (Bilaga 2) var formulerade som öppna frågor och saknade på förhand angivna svarsalternativ. Vid e-postintervjuer ges informanterna möjlighet att i sin egen takt noggrant tänka igenom sina svar. E-postintervjuer är mer strukturerade än de personliga eftersom flera frågor skickas i samma e-postmeddelande. Vi valde att i separata meddelanden skicka de sju inledande frågorna först och sedan de resterande fyra för att undersöka om informanterna spontant skulle nämna representationsformer innan de frågats om detta. E-postintervjuerna kan ses som semistrukturerade med anledning av att frågorna som ställdes var öppna och vi hade möjlighet att skicka följdfrågor. Under semistrukturerade intervjuer ges både forskaren och informanten frihet att föra en dialog och inte bara besvara statiska frågor (Denscombe, 2018). Vi utgick från listan med frågor som skickats via e-post och såg till att dessa kom med under de fysiska intervjuerna men inte nödvändigtvis i samma ordning. Informanten uppmantras till att ge utförliga svar och vidareutveckla sitt resonemang med hjälp av förutbestämda och nyuppkomna följdfrågor från oss för att säkerställa att vi fått tillräckligt med information för att besvara studiens forskningsfråga. Vid de personliga intervjuerna har ljudupptagning skett för att inte riskera att missa något av informanternas responser. Ljudupptagningar ger en näst intill fullständig dokumentation av intervjun, det är endast informantens kroppsspråk och gester som inte ingår (Denscombe, 2018).

## 4.4 Databearbetning

Intervjufrågorna var indelade i två övergripande kategorier utifrån tidigare forskning vilket gjorde det enklare att få syn på vad som hörde ihop. De två kategorierna benämndes som *Lärares resonemang kring problemlösningsförmågan* och *Lärares arbete med olika representationsformer*. Dessa två kategorier har relation till varandra och var anknutna med forskningsfrågan som studien syftar till att besvara. Kategorierna som delade upp intervjufrågorna kommer senare att dela upp resultatet. De två kategorierna delades in i fyra underkategorier var. Underkategorierna togs fram genom att hitta essensen i de sex frågorna om problemlösning respektive de fyra frågorna om re-

presentationsformer. De första underkategorierna är *Begreppet problemlösningsförmåga*, *Lärarnas arbetssätt*, *Hur elevers problemlösningsförmåga synliggörs för lärarna* och *Hinder för utveckling av elevernas problemlösningsförmåga*. Underkategorierna till den andra kategorin är *Elevers användning av representationsformer*, *Lärares tankar kring representationsformer*, *Representationsformers funktion* och *Lärares arbetssätt med representationsformer*. Sammanfattningsvis bearbetades data enligt följande:

- Ljudinspelningarna av intervjuerna transkriberades och dokumenterades i ett dokument för att sedan bearbetas. Det är lättare att bearbeta och jämföra när forskaren transkriberar materialet (Denscombe, 2018).
- Svaren från e-postintervjuerna fördes in i samma dokument som de transkriberade intervjuerna.
- De personliga och e-postintervjuerna var likvärdiga och särskildes därför inte under bearbetningen.
- Lärarnas namn byttes ut mot varsin bokstav (Bilaga 1) och indelades i olika färger under transkribering-, och omskrivprocessen för att urskilja mellan informanternas svar.
- Det transkriberade och omskrivna materialet lästes flera gånger.
- Intervjusvaren kategoriserades för att sedan besvara frågeställningarna.
- Vi gjorde en tabell med en kolumn för underkategoriernas rubriker och en kolumn för sammanfattningar av lärarnas svar. Nedan, i tabell 1, visas 3 exempel på data som sammanställts i tabellen för den första kategorin.

#### *Lärares resonemang kring problemlösningsförmågan*

| <b>Underrubriker</b>                    | <b>Lärarnas svar</b>  |
|---|---|
| <i>Begreppet problemlösningsförmåga</i> | Lärare A och C beskriver att PLF handlar om att eleverna ska arbeta systematiskt med lösningsstrategier...  |
| <i>Lärarnas arbetssätt</i>              | Arbetar från en gång i veckan upp till varje dag. Vissa tar bara upp PL när det kommer i boken medan andra lägger in extra lektioner om PL...<br>Lärare F uppmuntrar dem till att rita upp problemet. |

Tabell 1: Sortering av data

## 4.5 Tolkning av empiri

Vi har tolkat vår empiri utifrån ett sociokulturellt perspektiv, som vi är bekanta med sedan tidigare. Vi valde detta perspektiv när vi skrev inledningen till studien. Genom ett socialt samspel mellan individer och olika aktiviteter utvecklas kunskap, där är lärarens roll avgörande för att tillgodose möjligheter för det. Utvecklingen av elevers problemlösningsförmåga påverkas av användningen av sociokulturella redskap. Ett exempel på detta är att ge dem möjligheter att använda olika representationsformer såsom språk, bilder, konkret material och symboler. Detta gör att det valda perspektivet väl överensstämmer med studiens syfte. Samspelet mellan våra valda kategorier och det sociokulturella perspektivet har lett fram till en begriplig helhet. Vi har under databearbetningens gång ständigt sökt efter kopplingar mellan det informanterna uppgett och det sociokulturella perspektivet. Vi har jämfört informanternas användning av re-

presentationsformer med Vygotskijs fysiska och språkliga redskap. Hur lärarna möjliggör för eleverna att nå den proximala utvecklingszonen när de arbetar med matematisk problemlösning har uppmärksammats. Vi har även uppmärksammat sådant som inte passar in i det valda perspektivet. De paralleller vi dragit mellan resultatet och perspektivet finns att läsa i 5.1.5 och 5.2.5.

## 4.6 Forskningsetiska principer

De fyra forskningsetiska principerna *informationskravet*, *samtyckeskravet*, *konfidentialitetskravet* och *nyttjandekravet* (Bryman, 2018) gäller alla som genomför vetenskapliga undersökningar. *Informationskravet* innebär att de som deltar i en undersökning ska vara väl informerade om deltagandets omfattning och hur det som de deltagande bidragit med kommer att användas. Detta uppfyller vi genom att skicka ut ett informationsbrev (Bilaga 4). De personer som deltar i studien har rätt att när som helst återkalla sitt samtycke och avbryta sitt deltagande, i enlighet med *samtyckeskravet*. Samtliga informanter och den information vi får utav dem kommer att avidentifieras, detta gör att vi uppfyller *konfidentialitetskravet*. *Nyttjandekravet* innebär att informationen vi får in från och om informanterna endast kommer att användas för denna studie. Vetenskapsrådet (2017) ställer etiska krav på studiers kvalitet. Genom noga överväganden av metoder och med hänsyn till den givna tidsramen ser vi till att den information informanterna ger oss och den tid de lägger ner på sitt deltagande kommer till användning. Studiens upplägg ska vara sådant att det går att utföra under rådande ekonomiska och tidsmässiga förutsättningar utan att leda till bristande kvalitet (ibid.).

## 4.7 Pålitlighet och trovärdighet

I studien har det gjorts ett bekvämlighetsurval som innebär att vi använt, för oss, kända informanter. Trovärdigheten stärks av att vi känner de informanter som deltagit och vet att de är licensierade lärare för de aktuella årskurserna. Tillika känner informanterna oss vilket bidrog till att de kände sig bekväma med att svara uppriktigt på våra frågor. Pålitligheten för denna kvalitativa studie stärks av att informanterna uppgett ärliga svar. Hade en annan forskare ställt samma frågor till dessa informanter är det rimligt att anta att hen fått samma svar. Informanternas egna uppfattningar om vad de gör kan skilja sig från vad de faktiskt gör i verkligheten vilket påverkar trovärdigheten och pålitligheten (Denscombe, 2018).

Vi hade på förhand delat in intervjufrågorna i två kategorier för att besvara forskningsfrågan. Teman skapades under analysprocessen utifrån lärarnas svar. Trovärdigheten kan påverkas av att det i empirin går att urskilja teman som sedan utesluts när de inte stämmer överens med de förutbestämda kategorierna.

## 5 Resultat och analys

Syftet med studien är att fördjupa kunskaper om grundskollärares användning av olika representationsformer och lärarnas syn på hur de olika representationsformerna kan hjälpa elever i årskurs 1–3 att utveckla sin problemlösningsförmåga. För att besvara studiens forskningsfråga framkom två huvudkategorier. Dessa kategorier är *Lärares resonemang kring problemlösningsförmågan* och *Lärares arbete med olika representationsformer*. Under dessa kategorier framkom ett antal underrubriker som ansågs vara relevanta för studiens syfte och frågeställningen.

## 5.1 Lärares resonemang kring problemlösningsförmågan

I detta avsnitt presenteras lärarnas svar på de intervjufrågor som handlar om problemlösning. Svaren har delats in i fyra underrubriker: *Begreppet problemlösningsförmåga*, *Lärarnas arbetssätt*, *Hur elevers problemlösningsförmåga synliggörs för lärarna* och *Hinder för utveckling av elevernas problemlösningsförmåga*.

### 5.1.1 Begreppet problemlösningsförmåga

Innebörden av begreppet problemlösningsförmåga varierar mellan informanterna. Informanterna A och C beskriver att problemlösningsförmågan handlar om att eleverna ska arbeta systematiskt med lösningsstrategier. Informant F uttrycker att problemlösningsförmågan handlar om att förstå och kunna använda matematik i vardagen. Informanterna B, D, E och G svarar att problemlösningsförmågan innebär att eleven kan identifiera och resonera sig fram till den relevanta informationen ur en uppgift. Exempelvis vilket räknesätt de ska använda.

Jag tycker att det handlar om att se mönster, dra slutsatser, för eleverna då. Liksom att de ska få strategier till att kunna analysera en fråga, så här: Vad betyder det här, vad menar de och vad vill de att jag ska göra? Att liksom ha den förmågan, de glasögonen på sig brukar jag säga. Att se mönster primärt. (Informant D)

För informant H är problemlösning ett sätt för eleverna att öva upp flera olika färdigheter och förmågor.

Genom att arbeta med problemlösning tränar eleverna sina färdigheter, sitt symbolspråk och förståelsen för begreppen inom matematik. De utvecklar sin förmåga att tänka kreativt och självständigt, systematiskt, logiskt och strukturerat. (Informant H)

### 5.1.2 Lärarnas arbetssätt

Lärarna arbetar med problemlösning från knappt en gång i veckan upp till varje dag. Vissa tar bara upp problemlösning när det kommer i läroboken medan andra lägger in extra lektioner om problemlösning. Informant A poängterar att det är viktigt att börja med problemlösning i tidig ålder. Nästan alla tillfrågade lärare säger att de låter eleverna arbeta i grupper eller par vid problemlösning. Informant C:s elever får visa sina lösningar som de ritat och skrivit sig fram till för varandra. Informanterna A och C visar och går igenom olika strategier med sina elever.

Jag utformar undervisningen så att eleverna kan lösa uppgifter i par eller i grupp. Vi använder oss av miniwhiteboards där eleverna kan rita och skriva för att lösa olika problem. Jag går igenom olika strategier som eleverna kan använda sig av för att lösa problem. Vi använder elevernas lösningar för att påvisa att ett problem kan lösas på olika sätt. (Informant C)

För informant D är det viktigt att problemlösningsuppgifter är vardagsnära. För både informanterna D och E är resonemangs- och kommunikationsförmågan viktiga förmågor för att kunna arbeta med problemlösning.

Jag tror att det är bra att man gör det vardagsnära utifrån deras erfarenheter och lite smyga in problemlösning, inte säga *Idag ska vi jobba med problemlösning* utan att man liksom bara ger dem uppgifterna och tillsammans lösa dem för att de ska kunna lösa dem enskilt. Dra nytta av gemensamma diskussioner. Att först kunna tänka själv och sen prata med kompisar om vad jag tänkte "Okej, du har tänkt så, varför du tänkt så och varför tänkte jag så?". Så att det blir en diskussion av det är jätteviktigt. (Informant D)

Informant F ger sina elever tillgång till plockmaterial och har ibland laborativ matematik. När eleverna inte förstår en uppgift uppmuntrar informant F dem till att rita upp problemet.

Det blir mer och mer för varje årskurs. Sen beror det på vilken klass man har, om man *kan* ha laborativ matte eller inte. Det är inte alltid det funkar sådär jättebra. (Informant F)

Informant G arbetar främst med de problemlösningssuppgifter som finns i läromedlet hennes elever använder. Informant H avslutar sina problemlösningsslektioner med att eleverna får visa sina lösningar för varandra. De diskuterar sedan i helklass hur de valt Lösningstrategi och vad de lärt sig av uppgiften.

### 5.1.3 Hur elevers problemlösningssförmåga synliggörs för lärarna

Informanterna A och F arbetar med par- och gruppdiskussioner samt gemensamma genomgångar av lösningar.

Genom att gå runt och lyssna på eleverna, genom att låta eleverna lösa uppgifterna tillsammans, genom att gemensamt gå igenom problemlösning. (Informant A)

De diskuterar med varandra så ser och hör man hur de diskuterar kring det. (Informant F)

Informanterna B, C, D, E och H lägger vikt på att eleverna ska kunna förklara hur de har tänkt och inte bara presentera sin uträkning och lösning.

Framförallt genom att få visa och förklara hur de tänkt gärna på fler sätt än bara uträkning. Att kunna förklara så att någon annan förstår hur de kan lösa en uppgift. (Informant B)

Alltså att föra ett logiskt resonemang där de kan förklara och argumentera för sitt tänkande. (Informant H)

Jag vill inte veta vad är svaret utan nu vill jag veta hur du tänker. Och så får alla berätta hur de tänker och sen tar vi upp svaret. Att jag har lagt mindre vikt i så här *vad är svaret på frågan* utan mer hur tänkte du och varför och hur, de där didaktiska frågorna. Hur kom du fram till det? Jag är mindre intresserad av svaret egentligen. (Informant D)

Informant D berättar att problemlösning är en del av de diagnoser klassen genomför och att hon även gör egna tester.

Alltså vi jobbar ju med diagnoser inom varje kapitel, där är det alltid fyra eller fler problemlösningssfrågor. Där kan jag se ganska tydligt: Okej, de här har förstått, de här har inte förstått. (Informant D)

### 5.1.4 Hinder för utveckling av elevernas problemlösningssförmåga

Informant A ser bristen på planeringstid och tid för att gå igenom uppgifterna som hinder för problemlösning. Informanterna B, C, D, F och H berättar att arbetet med problemlösning försvåras av att elever kan ha svårt med att tolka uppgifterna. Informanterna D och E nämner vikten av begreppsförståelse och relevanta ämnesord.

En skål *rymmer* någonting, men vaddå rymmer? Betyder det att den springer iväg eller? *Volym*, betyder det att jag ska höja volymknappen? Alltså det är de här orden som de måste ha med sig för att kunna förstå. Det är majoriteten andraspråkselever som inte har de orden och då inte ges förutsättningar att lösa uppgifterna på samma sätt. Men också svenska barn som pratar svenska men inte har orden. Vi behöver jobba med begreppsförståelse, ordförståelse, vad är det dessa ord betyder? (Informant D)

Informant B skriver att elever kan fastna i känslan av att deras bilder inte är fina nog istället för att fokusera på det som bilden beskriver. Informant F säger att det finns få

eller inga problemlösningssuppgifter i mattebok för årskurs ett och att de därför inte arbetar med det så mycket.

Nu går de i ettan och då är det inte så mycket problemlösning eftersom de inte läser så mycket. Det blir ju mer i tvåan och trean. (Informant F)

### 5.1.5 **Analys**

Informanterna säger att under arbetet med problemlösningssuppgifter uppmuntrar de eleverna att visa hur de kommit fram till lösningen. Detta förespråkas av Säljö (2014) som skriver att individer använder artefakter och språket som medierande redskap för att förstå och agera i sin omvärld. Fem av åtta informanter nämner att de lägger stor vikt vid elevernas tankeprocesser. Dessa informanter använder medierande redskap när eleverna ska berätta hur de tänkt när de löser ett problem. För vissa informanter är det viktigare att eleverna kan använda dessa medierande redskap för att uttrycka sina lösningar på olika sätt och vågar visa och beskriva dem för sina kamrater än att de når rätt svar.

Språket är det nödvändigaste redskapet för att kunna kommunicera och tänka (Säljö, 2014). Informanterna beskriver att eleverna ofta får arbeta tillsammans i par eller grupper med problemlösningssuppgifter vilket ger tillfälle till att de använder det språkliga redskapet tillsammans. Vygotskij menar att språket har en central roll för lärande och utveckling. Med hjälp av språket kan eleverna tänka och kommunicera och därigenom kan de visa sina kunskaper, lära sig nya saker och utvecklas. Nästan alla informanter påpekar vikten av gemensamt arbete, att eleverna lär sig av varandra, vilket överensstämmer med det sociokulturella perspektivet som säger att lärande sker genom sociala samspel. Informanterna uppger att de främst använder kommunikation för att synliggöra elevernas problemlösningssförmåga. Ett fåtal informanter berättar att de använder diagnoser som testar problemlösningssförmågan.

Två informanter poängterar att genomgångar är en viktig metod för att möjliggöra elevernas utveckling av problemlösningssförmågan. När utveckling sker genom interaktion med andra mer kapabla personer kallas det för den proximala utvecklingszonen vilket är grunden i det sociokulturella perspektivet (Säljö, 2014). Genom att informanterna ger feedback och tillsammans löser ett problem förmedlar de lösningsstrategier och för in eleverna i den proximala utvecklingszonen. Helklassdiskussion är en metod som det sociokulturella perspektivet förespråkar och som informanterna använder sig av för att göra alla elever delaktiga genom att ge dem möjlighet att uttrycka sina tankar. Informanterna upplever att elevernas brister i begreppsförståelse är det främsta hindret för att eleverna ska tillägna sig problemlösningssförmågan. Därav är det fördelaktigt att undervisningen lägger stort fokus på språket och grundar sig i det sociokulturella perspektivet.

Majoriteten av informanterna beskriver sin undervisning på ett sätt som tyder på att de främst undervisar *för* problemlösning istället för *genom* problemlösning. De andra matematiska förmågorna och räknestrategier befästs först för att sedan användas till att lösa matematiska problem. Endast en informant uppgav att hon undervisar *genom* problemlösning. När undervisningen i matematik sker genom problemlösning ökar möjligheterna för att stötta eleverna in i den proximala utvecklingszonen där eleverna med vägledning av lärare eller mer kunniga kamrater utvecklar kunskaper och förmågor de inte skulle ha nått på egen hand.



## 5.2 Lärares arbete med olika representationsformer

I detta avsnitt presenteras lärarnas svar på de intervjufrågor som handlar om representationsformer. Svaren har delats in i fyra underrubriker: *Elevers användning av representationsformer*, *Lärares tankar kring representationsformer*, *Representationsformers funktion* och *Lärares arbetsätt med representationsformer*.

### 5.2.1 Representationsformers funktion

Informanterna B, F och G beskriver representationsformer som ett stöd för eleverna att synliggöra sina tankar.

Tycker det är viktigt för att visa att det finns olika sätt att visa hur man tänkt, strukturera upp information för att komma fram till en lösning, stöd för att synliggöra sitt tänkande och även att se när/var i en uppgift man eventuellt tänkt/räknat fel. (Informant B)

Att kunna förklara. De ska förklara hur de tänker och då kan de börja diskutera kring dem. (Informant F)

Informant A säger att när eleverna använder representationsformer kan de använda dessa för att lära av varandra. Informant C skriver att eleverna fördjupar sin förståelse för hur problem kan lösas på många olika sätt. Informant H beskriver att representationsformer bidrar till att utöka elevers begreppskunskap.

Den som har tillgång till flera olika representationer för att beskriva samma matematiska begrepp har en rikare och mera funktionell begreppskunskap. (Informant H)

### 5.2.2 Elevers användning av representationsformer

Samtliga informanter säger att elever uttrycker sina lösningar i tal och med skriftliga metoder. Informanterna B, C, D och E uppmuntrar sina elever till att rita för att uttrycka sin lösning.

Oftast om vi tar matteboken som exempel så är det ju oftast uträkningar eller att de ska rita svar. Annars i kommunikation, att jag pratar och de svarar. (Informant D)

Informanterna A, F och G ger sina elever tillgång till konkret material för att lösa matematiska problem.

Genom att diskutera med mig som lärare och tillsammans med andra. Samt genom att visa med hjälp av konkret material och/eller vid gemensam genomgång framme på tavlan. (Informant A)

Informant G upplever att hennes elever sällan använder sig av representationsformer, även när de uttryckligen uppmanas till det som en del av uppgiften.

Jag vill ju att de ska skriva vilken uträkning de har gjort. Men de är väldigt *bara svar* just nu. Även om det är lästal i boken där det finns rutor där det står *visa hur du har räknat, skriv talen* så fyller de bara i svar. (Informant G)

### 5.2.3 Lärares tankar kring representationsformer

Informanterna B och E beskriver att elever kan känna trygghet i att de kan visa sina lösningar på olika sätt.

Viktigt då jag tror det ger trygghet att kunna visa på olika sätt, utvecklande att få formulera samma sak på olika sätt, sätta ord och "bild" på sitt tänkande. (Informant B)

Tycker någon att det är lättare att skriva då skriver den och tycker någon att det är lättare att rita så ritar den. Att man kan använda olika former för att få samma svar, på samma fråga. (Informant E)

Informanterna A, C, D och H poängterar vikten av att eleverna ska få möta så många olika representationsformer som möjligt för att hitta den som passar dem bäst.

Det är också viktigt att eleverna får möta olika former som gör dem medvetna. Jag tycker att det är viktigt att de får uttrycka sig på det sätt som passar dem bäst. (Informant C)

Jag tror så här att får vi bredden så kommer vi också att fånga upp alla, fler elever. Ju mer vi smalnar av desto färre elever kommer vi att få med oss. (Informant D)

#### 5.2.4 Lärares arbetssätt med representationsformer

Alla informanter, förutom en, berättar att de arbetar med att modellera och visa olika representationsformer och strategier.

Genom att visa och lära eleverna olika sätt att gå igenom sina uppgifter. Så att eleverna får en repertoar att välja bland. (Informant A)

Ser till att jag själv använder mig av olika sätt så de blir vana med det. Kan be grupper att visa en lösning på olika sätt. (Informant B)

Informant E säger att hon låter eleverna visa varandra och på så sätt upptäcka nya sätt. Informant H bestämmer på förhand vilken representationsform eleverna ska använda för att de ska möta variation och få pröva på alla former.

För att träna eleverna att arbeta med och visa sina lösningar i olika representationsformer tilldelas elevgrupper olika representationsformer varje gång de ska redovisa. (Informant H)

#### 5.2.5 Analys

Samtliga informanter talade mycket om vikten av att använda språket för att kommunicera, hjälpa varandra och uttrycka sina tankar, inte minst när det handlar om att lösa ett problem. Detta i likhet med Vygotskij som ansåg att människors tänkande utvecklas när de kommunicerar (Säljö, 2014). Kommunikation är enligt Vygotskij viktigt för eleverna för att kunna berätta för varandra hur de löst ett problem (ibid.).

Bara några informanter använder sig av bild som representationsform. Några beskriver att det konkreta materialet kan vara ett hjälpmedel för förståelsen och främja problemlösningsförmågan hos eleverna. Både bilder och konkreta material används av dessa lärare som medierande redskap i enlighet med studiens teoretiska perspektiv. Medierande redskap hjälper enligt Säljö (2014) individers tankar att sättas i ett sammanhang. Deras tänkande och handlingar är beroende av varandra. En lärare berättar att hennes elever sällan använder sig utav representationsformer. Eleverna skriver endast svaret på uppgiften, trots att de uppmuntras till att visa hur de har tänkt. Där saknas någon form av medierande redskap som elever behöver för att kunna utveckla problemlösningsförmågan enligt det sociokulturella perspektivet.

I studien kan olika representationsformer anses som de redskap som det sociokulturella perspektivet förespråkar. Informanterna använder sig av bilder, språk, symboler och material i genomgången för att sedan låta eleverna göra det själva. Genom att eleverna använder dessa olika representationsformer ges de möjligheter att reflektera över problemet uppger informanterna. Eleverna behöver inte ha någon självklar lös-

ning på problemet, säger några informanter, istället behöver de stöd för att hitta strategier för att lösa problemet. Eleverna får diskutera sina strategier med sin lärare samt sina kompisar i par och helklass vilket relaterar till det sociokulturella perspektivet. På detta sätt ges eleverna möjlighet att resonera, vara delaktiga i uppgiften och därmed kunna diskutera och visa för varandra hur de har tänkt. Enligt informanterna är det viktigt att eleverna få möta många olika representationsformer för att själva kunna välja vilken eller vilka de känner sig mest trygga och bekväma med att använda. Informanterna anser i likhet med Vygotskij att genom utmanande aktiviteter med hjälp av redskap utvecklas elevernas intellektuella förmågor (Säljö, 2014).

## 6 Slutsatser

Vår första slutsats är att lärarna själva modellerar olika representationsformer. Representationsformerna används dock på olika sätt av olika lärare som hjälpmedel för att utveckla elevernas problemlösningsförmåga. Vi ser att lärarna använder språket, både muntligt och skriftligt, som främsta representationsform i sin undervisning. Det förekommer även användning av bilder och konkret material när eleverna ska resonera sig fram till och sedan visa upp sina lösningar. Vår andra slutsats är att lärarna har en sociokulturell syn på inlärning, använder representationsformer som medierande redskap och vägleder eleverna in i den proximala utvecklingszonen. Eleverna uppmuntras till att kommunicera matematik med varandra och med läraren samt sätta ord på sina tankar och därigenom befästa matematiska begrepp.

## 7 Diskussion

Resultatet diskuteras i det här kapitlet utifrån studiens syfte, forskningsfråga, tidigare forskning och teorin. I 7.1 *Metoddiskussion* beskrivs hur studiens metod har behandlats och hur det har påverkat resultatet. I 7.2 *Resultatdiskussion* dras paralleller mellan intervju svaren och tidigare forskning.

### 7.1 Metoddiskussion

Både e-postintervjuer och personliga intervjuer har sina för- och nackdelar enligt Denscombe (2018). Några av nackdelarna med e-postintervjuer är att det inte går att avgöra hur mycket tid som informanterna lagt på att besvara intervjufrågorna och att de svarar kortfattat. Att informanterna kan redigera sina svar påverkar studiens pålitlighet. En annan nackdel är att signaler såsom intonation, kroppsspråk och ansiktsuttryck inte förmedlas. En fördel med e-postintervjuer är att informanterna som deltar i dem kan ge utförliga svar. Detta tack vare att de får tid att i lugn och ro svara på frågorna i sin egen takt och noga överväga vad de vill svara vilket ökar studiens pålitlighet. Risken för att transkriberingsfel sker minimeras när svaren är nedskrivna av informanten själv. Vid de personliga intervjuerna fick informanterna istället möjligheten att utveckla sina svar med hjälp av frågeställarens följdfrågor. De utförliga svaren underlättade för djupgående analyser av materialet. Ljudupptagningar kan göra att informanterna till en början känner sig spända och obekväma. De informanter som deltog i intervjun uppgav att de inte hade något emot att ljudinspelning ägde rum och upplevdes vara bekväma med detta. Hade vi istället genomfört videoinspelningar för att få med icke verbala signaler hade det troligtvis mött större motstånd. En fördel med att an-

vända videoinspelning är att icke-verbala signaler såsom gester, kroppsspråk och ansiktsuttryck fångas upp men det skulle inte ha tillfört något till studien. Ljudupptagningar möjliggör för forskaren att kunna gå tillbaka till inspelningarna flera gånger och kontrollera vad som sagts.

Analysprocessen inleddes med transkribering av de inspelade intervjuerna. Det är en tidskrävande men betydelsefull del av arbetet (Denscombe, 2018 och Bjørndal, 2018). Transkriberingen gav tillfälle för att lyssna på intervjuerna flera gånger och försöka tolka vad det är informanten vill få sagt. Risken för att feltolka eller missa data minskades genom att upprepade gånger läsa igenom och skriva om materialet. Det skrivna materialet underlättade vid jämförelser mellan informanternas svar för att hitta likheter och skillnader.

Hade vi istället använt observationer som metod hade vi kunnat se hur lärarnas utsagor överensstämmer med vad de gör i den faktiska undervisningen. Detta var dock inte lämpligt att genomföra då denna studie ägde rum under en pågående pandemi. Källorna i denna studie refereras till på ett korrekt utformat sätt utifrån APA-modellen. Genom hela studien har hänsyn tagits till pålitlighet och trovärdighet samt de forskningsetiska principerna. Med anledning av detta anser vi att studien genomförts på ett ändamålsenligt sätt.

## 7.2 Resultatdiskussion

Studien syftar till att besvara följande frågeställning: *Hur beskriver lärare att de arbetar med olika representationsformer för att utveckla elevernas problemlösningss-förmåga?* Denna frågeställning ligger till grund för hur intervjufrågorna och resultat framfördes. Utifrån vårt resultat har vi tagit fram fyra påståenden som besvarar vår forskningsfråga. Varje påstående utgör en egen underrubrik och vi presenterar vad i den tidigare forskningen och resultaten som talar för respektive emot dessa påståenden.

### 7.2.1 Par- och gruppdiskussioner är centrala för att utveckla problemlösningss-förmågan

Studiens informanter använder sig mycket av par- och gruppdiskussioner när eleverna ska lösa uppgifter tillsammans, använda och visa sina lösningar för varandra och därigenom lär de sig av och med varandra. Informanterna var, i enlighet med det socio-kulturella perspektivet, noga med att framhålla vikten av det matematiska språket i klassrummet. Språket användes som representationsform i stor mån. De var noga med att använda tydliga genomgångar och var samtidigt uppmärksamma på att låta eleverna muntligt uttrycka sina tankar och idéer om sina lösningar. Detta skiljer sig ifrån det vi har upplevt under våra VFU-perioder där eleverna sällan förde diskussioner i samband med problemlösningssuppgifter. Matematiska diskussioner hjälper elever att hitta samband, uttrycka sina tankar, lära sig resonera och göra antaganden för att lösa problem (Hägglom, 2013; Taflin, 2007). Palmér och van Bommel (2019) skriver att meningsfullt lärande inte är garanterat att uppstå enbart genom att elever får diskutera eller lösa uppgifter tillsammans. Ahlberg (1992) skriver att elevers diskussioner i smågrupper kan avvika från det som läraren avsett att de ska samtala kring. Detta har vi sett under de fåtal gånger eleverna på våra VFU-skolor tilläts arbeta i grupp. Vi miss-tänker att det är en av anledningarna till att eleverna främst fick arbeta individuellt i sina läroböcker. En positiv aspekt av gruppsamtal är att elever får möjlighet att upptäcka och förstå sina kamraters olika lösningssförslag på ett roligt sätt och se problemet

ur olika perspektiv (Ahlberg, 1992). Genom att eleverna får visa sina lösningar för varandra tar de del av varandras tankeprocesser och därmed utvecklas deras problemlösningsförmåga (Palmér och van Bommel, 2019). Även Grevholm (2014) skriver att förmågan att samtala, argumentera för och kritiskt granska en uppgift är något elever måste lära sig för att kunna förstå problemlösning. Detta visar att par- och gruppdiskussioner är användbara för att utveckla elevernas problemlösningsförmåga men att det kräver att läraren aktivt närvarar och stöttar eleverna.

### **7.2.2 Lärares användning av representationsformer påverkar utvecklingen av elevernas problemlösningsförmåga**

Informanterna använder olika representationsformer i matematikundervisningen för att utveckla elevernas problemlösningsförmåga. Deras sätt att påverka eleverna till att använda representationsformer skiljer sig från en informant till en annan. De berättar hur eleverna på olika sätt kunde tänka och visa sina lösningar vid ett problem. Informanterna berättar att de använder sig av representationsformer ibland vilket antyder att det inte sker regelbundet. Informanternas förhållningssätt till representationsformer anser vi kan bero på deras olika erfarenheter och didaktiska kompetenser. Lärarna måste ge eleverna möjlighet att bli problemlösare och använda olika representationsformer för att utveckla begrepps-, resonemangs- och kommunikationsförmåga (Palmér och van Bommel, 2019). Genom att elever använder sig av Vygotskijs materiella och språkliga redskap kan de förstå världen omkring sig och utveckla sina matematiska förmågor anser vi. Vi är inte säkra på i vilken utsträckning informanterna var medvetna om sitt arbete med representationsformer. Detta överensstämmer med Mainali (2021) som skriver "However, mathematics teachers are unaware of using different modes of representations in appropriate in their instructional strategies" (s. 17). Vi fick intrycket av att några informanter inte kände till begreppet representationsform eller tanketavlan och kopplingen mellan dem. De använde begreppet på ett sätt som bara visar att elevernas tankeprocess kan uttryckas på olika sätt. Ahlberg (1992) säger att genom regelbunden användning av olika representationsformer vid problemlösning upptäcker eleverna att skriftlig och muntlig kommunikation samt användning av bilder är viktiga verktyg vid problemlösning. Eleverna kan då även upptäcka att de olika representationsformerna kompletterar och stöttar varandra (ibid.). Kopplingen mellan olika representationsformer märktes inte i informanternas förhållningssätt i matematikundervisningen för att utveckla elevernas problemlösningsförmåga. De har exempelvis inte ställt något krav på att bildframställningen ska integreras i matematikundervisningen. Mainali (2021) understryker vikten av att dra paralleller mellan olika representationsformer och skriver att eleverna kan lära sig att använda nya representationsformer genom att växla från en form till en annan. Vi drar slutsatsen att det är nödvändigt att läraren medvetet och regelbundet arbetar med olika representationsformer i kombination med varandra för att utveckla elevernas problemlösningsförmåga.

### **7.2.3 Elever väljer att använda de representationsformer de känner sig trygga med**

Enligt informanterna är de representationsformer som används av eleverna språket, symboler och ibland bilder och konkret material. Under intervjuerna framkom att eleverna till informanterna i flera fall ritar bilder. Flera av informanternas elever får använda den representationsform som de känner sig trygga med. En informant säger att hon använder olika representationsformer men att eleverna inte gör det. Hennes elever tenderar att enbart använda sig utav matematiska symboler. Detsamma gällde för de elever vi observerade under våra VFU-perioder. Då uppmärksammade vi att det var

ovanligt att eleverna ritade bilder av problemets innehåll och lösning. Denna representationsform är en tydlig strategi för att främja elevernas förståelse av ett problem till skillnad från de abstrakta symbolerna om eleverna inte har förstått dem ännu (Ahlberg, 1992). Konkret material kan vara ett sätt att pröva sig fram till en lösning (Grevholm, 2014). Det konkreta materialet kan tillsammans med språket bidra till att fördjupa förståelse för eleverna (ibid.). Genom språket utvecklas elevernas problemlösningsförmåga när det samspekar med andra representationsformer (Riesbeck, 2000). Elevers problemlösningsförmåga stärks genom systematiskt arbete med samtliga representationsformer (Hägglom, 2014). Informanternas elever använder ett eller två uttrycks sätt för att lösa ett problem medan Grevholm (2014) förespråkar användningen av hela tanketavlan för ett och samma problem för att på så sätt stärka deras förmåga att vara flexibla i sitt tänkande kring problemlösningsuppgifter. Vidare säger författaren att när eleven får möjlighet att kommunicera, pröva och använda olika representationsformer ökar resonemangs-, och begreppsförmågan. Vi ser möjligheten att genom att låta eleverna möta och lära sig använda flera olika medierande redskap för att sedan välja de representationsformer som de känner sig trygga med.

#### 7.2.4 Det är viktigt att koppla användningen av representationsformer till vardagliga situationer

I studien framhåller ett fåtal av informanterna att det är viktigt att koppla matematiska problem till elevernas vardagliga erfarenheter och upplevelser för att problemet ska lösas. De säger att eleverna bör kunna relatera problemet till någonting de möter i sin vardag. Lärandet ses i det sociokulturella perspektivet som en process sammanbunden med elevernas vardag (Säljö, 2014). När matematikens symboler och begrepp används i vardagliga kontexter blir matematiken ett socialt redskap (Lundström, 2015). Ahlberg (1992) beskriver att Vygotskij ställde sig kritisk till att skolor tenderar att lägga undervisningsinnehållet på en alltför hög abstrakt nivå. Vi upplever att så fortfarande är fallet på de skolor där vi genomförde våra praktiker. Vygotskij förespråkade att elevernas vardag skulle utgöra utgångspunkten för undervisningen (Ahlberg, 1992). Detta framkommer även av kursplanen för matematik: "Eleverna ska även ges förutsättningar att utveckla kunskaper för att kunna tolka vardagliga och matematiska situationer samt beskriva och formulera dessa med hjälp av matematikens uttrycksformer." (Skolverket, 2019, s. 54). Eleverna ska stimuleras till att använda olika uttrycksformer och kunna beskriva sin omvärld med vägledning av läraren (Palmér och van Bommel, 2019). Representationsformer är ett bra sätt att bidra till att arbetet med matematiska problem kopplas till elevernas vardag. Alla representationsformer bidrar till att eleverna kan förstå och konkretisera problemet.

## 8 Avslutning

Denna studie har undersökt lärares användning av representationsformer. Vi har upptäckt hur mångfacetterat arbetet med representationsformer kan vara och att det finns ett flertal viktiga delar. Vår studie belyser bland annat att det är viktigt att lärare i sin yrkesutövning gör medvetna val av representationsformer och arbets sätt. Den brist på elevers användning av representationsformer som vi upplevt under våra VFU-perioder kan bero på lärarnas begränsade användning av representationsformer. Därav vore det intressant att göra en ny ansats för att finna ytterligare orsaker. Det skulle även vara intressant att genom observationer undersöka hur väl det som informanterna delgett stämmer överens med deras verkliga undervisning.

## 9 Referenser

- Ahlberg, A. (1992). *Att möta matematiska problem. En belysning av barns lärande*. Göteborg Studies in Educational Sciences 87. Göteborg: Acta Universitatis Gothoburgensis. Tillgänglig: <https://gupea.ub.gu.se/handle/2077/13316>
- Bjørndal, C. R. P. (2005). *Det värderande ögat*. Stockholm: Liber
- Bryman, A. (2018). *Samhällsvetenskapliga metoder*. Stockholm: Liber.
- Denscombe, M. (2018). *Forskningshandboken – för småskaliga forskningsprojekt inom samhällsvetenskaperna*. (Fjärde upplagan). Lund: Studentlitteratur.
- Grevholm, B. (2014). *Lära och undervisa Matematik: från förskoleklass till åk 6*. Lund: Studentlitteratur.
- Hägglom, L. (2013). *Med matematiska förmågor som kompass*. Lund: Studentlitteratur.
- Lundström, M. (2015). *Förskolebarns strävanden att kommunicera matematik*. (Doktorsavhandling). 0436–1121; 239. Högskolan Väst. Tillgänglig: [Gupea 2077\\_38860\\_1.pdf](https://gupea.ub.gu.se/handle/2077/38860_1.pdf)
- Mainali, B. (2021). Representation in teaching and learning mathematics. *International Journal of Education in Mathematics, Science, and Technology (IJEMST)*, 9(1), 1-21. Tillgänglig: <https://doi.org/10.46328/ijemst.1111>
- McIntosh, A. (2008). *Att förstå och använda tal – en handbok*. Göteborg: NCM.
- Palmér, H. & van Bommel, J. (2016). *Problemlösning som utgångspunkt: matematikundervisning i förskoleklass*. Stockholm: Liber.
- Riesbeck, E. (2000). *Interaktion och problemlösning: att kommunicera om och med matematik*. Lic.-avh. Linköping: Linköpings universitet. Tillgänglig: <http://www.diva-portal.se/smash/get/diva2:763386/FULLTEXT01.pdf>
- Skolinspektionen. (2009). *Undervisningen i matematik – utbildningens innehåll och ändamålsenlighet*. Kvalitetsgranskning. Rapport 2009:5. Tillgänglig: <https://www.skolinspektionen.se/globalassets/02-beslut-rapporter-stat/granskningsrapporter/tkg/2009/undervisning-i-matematik/granskningsrapport-matematik.pdf>
- Skolverket, (2017) *Kommentarmaterial till kursplanen i matematik* (reviderad 2017). Hämtat 2021-11-11. Tillgänglig: <https://www.skolverket.se/publikationer?id=3794>
- Skolverket (2019). *Läroplan för grundskolan, förskoleklassen och fritidshemmet 2011: reviderad 2019*. Stockholm: Skolverket.
- Skolöverstyrelsen (1964). *Läroplan för grundskolan [Elektronisk resurs]*. (2. uppl.) Stockholm: Gummesson. Tillgänglig: <https://gupea.ub.gu.se/handle/2077/50804>
- Szabo, A. (2013). *Matematiska förmågors interaktion och det matematiska minnets roll vid lösning av matematiska problem*. Lic.-avh. Stockholm: Stockholms universitet. Tillgänglig: <http://su.diva-portal.org/smash/get/diva2:637480/FULLTEXT01.pdf>

- Säljö, R. (2014). Den lärande människan. I U. P. Lundgren, R. Säljö & C. Liberg (Red). *Lärande, skola, bildning: grundbok för lärare*. (s.251–309). Stockholm: Natur & Kultur.
- Taflin, E. (2007). *Matematikproblem i skolan – för att skapa tillfällen till lärande*. (Doktorsavhandling). Umeå universitet. Tillgänglig: <https://www.diva-portal.org/smash/get/diva2:140830/FULLTEXT01.pdf>
- Utbildningsdepartementet. (2010). *Förordning om ämnesplaner för de gymnasiegemensamma ämnena*. Stockholm: Regeringen. Tillgänglig: <https://www.regeringen.se/contentassets/5bdf8b34d7f44722bffd3144ab2898do/amnesplaner-for-de-gymnasiegemensamma-amnena>
- Vetenskapsrådet (2017). *God forskningssed [Elektronisk resurs]*. (Reviderad utgåva). Stockholm: Vetenskapsrådet. Tillgänglig: [https://www.vr.se/download/18.2412c5311624176023d25b05/1555332112063/God-forsknings-sed\\_VR\\_2017.pdf](https://www.vr.se/download/18.2412c5311624176023d25b05/1555332112063/God-forsknings-sed_VR_2017.pdf)



**Bilaga 1: Uppgifter om informanterna**

| Informant | Arbetserfarenhet | Undervisar i årskurs | Behörig att undervisa i matematik för årskurs: |
|-----------|------------------|----------------------|--|
| A         | 10 år            | 3                    | F-6  |
| B         | 25 år            | 3                    | 1-6  |
| C         | 20 år            | 3                    | 1-7  |
| D         | 2 år             | 3                    | F-3  |
| E         | 4 månader        | 3                    | F-3  |
| F         | Över 35 år       | 1                    | 1-3  |
| G         | 4 månader        | 2                    | F-3  |
| H         | 5 år             | 3                    | F-3  |

## **Bilaga 2: Intervjufrågor**

1. Vilken årskurs undervisar du i? Vilken utbildning har du och hur länge har du arbetat som lärare?

### **1 - Lärares resonemang kring problemlösningsförmågan**

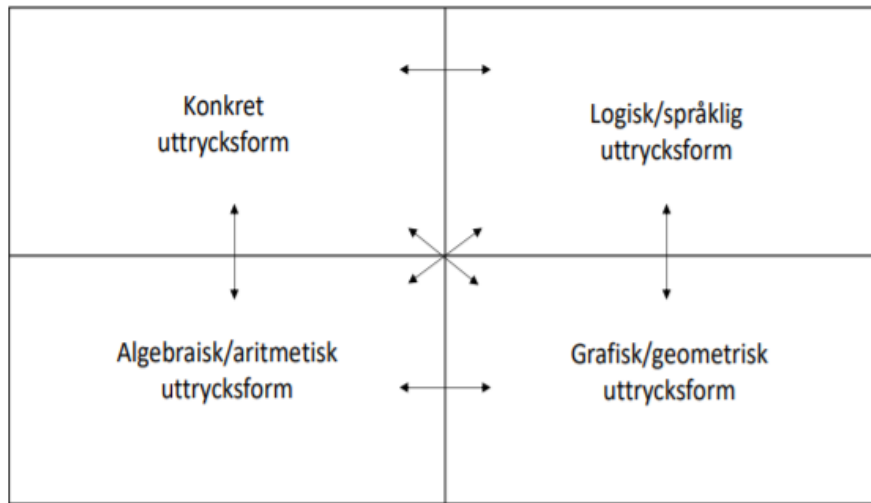
1. Hur ofta arbetar du med problemlösning?
2. Vad innebär problemlösningsförmågan i matematik för dig?
3. Hur utformar du din undervisning för att eleverna ska ges möjlighet till att utveckla problemlösningsförmågan?
4. Hur synliggörs elevernas problemlösningsförmåga anser du?
5. Vad, om något, ser du som hinder för dina elever när de ska genomföra problemlösningsuppgifter?
6. Hur uttrycker eleverna sina lösningar av problemlösningsuppgifter?

### **2 - Lärares arbete med olika representationsformer**

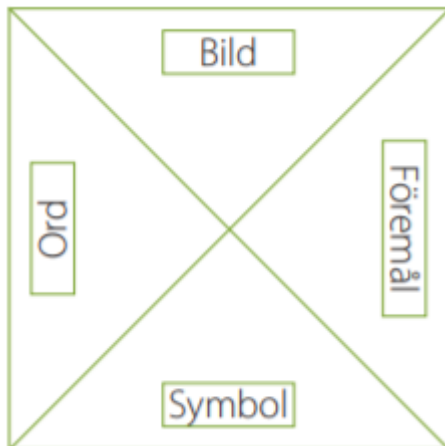
1. Vilka representationsformer använder eleverna vid problemlösningsuppgifter?
2. Hur tänker du kring att arbeta med olika representationsformer inom problemlösning?
3. På vilket sätt kan representationsformer hjälpa elever att utveckla sin problemlösningsförmåga?
4. Hur kan du lägga upp undervisningen för att hjälpa eleverna i arbetet med olika representationsformer?

## Bilaga 3: Representationsmodeller

KLAG-Modellen (Häggbloom, 2013, s. 51):



Tanketavlan (McIntosh, 2008, s. 144):



## Bilaga 4: Informationsbrev

### Informationsbrev

Västerås 12/11–2021

#### **Information om undervisning om problemlösning i årskurs 1 till 3.**

*Du tillfrågas härmed om deltagande i denna undersökning.*

Hej,

Vi är två lärarstudenter vid Mälardalens högskola som ska skriva vårt andra självständiga arbete. Vi avser att intervjua lärare som undervisar i matematik i grundskolans årskurser 1 till 3. Vi skulle uppskatta om ni vill vara med och delta i vår undersökning. Vi ber er att besvara detta mejl med hur ni ställer er till att medverka i studien.

Syftet med studien är att fördjupa kunskaper om grundskollärares användning av olika representationsformer och lärarnas syn på hur de olika representationsformerna kan hjälpa elever i årskurs 1–3 att utveckla sin problemlösningsförmåga.

Du som väljer att delta kommer att få ett antal frågor om undervisning om matematisk problemlösning för grundskolans årskurser 1 till 3. Vi beräknar att det tar ca 15–20 minuter av er tid som är mycket betydelsefull för vår undersökning.

Ditt deltagande i undersökningen är helt frivilligt. Du kan när som helst avbryta ditt deltagande utan närmare motivering och utan några negativa konsekvenser för dig. Undersökningen kommer att presenteras i form av en uppsats vid Mälardalens högskola som i sin slutversion läggs ut på databasen DiVA.

Samtliga deltagare och skolor avidentifieras i studien och det kommer inte i den slutliga uppsatsen att framgå vem som lämnat uppgifter. Insamlad information som ännu ej avidentifierats kommer endast hanteras av oss studenter och vår handledare för att sedan raderas när uppsatsen är slutförd.

Handledare på Mälardalens högskola är Jan Olsson.

[handledare]@mdh.se 021-XXXXXX

Våra kontaktuppgifter:

Caroline Owe  
[mejladress]@student.mdh.se  
07X-XXXXXXX

Azniv Kouyoumjian  
[mejladress]@student.mdh.se  
07X-XXXXXXX

Tack på förhand!