



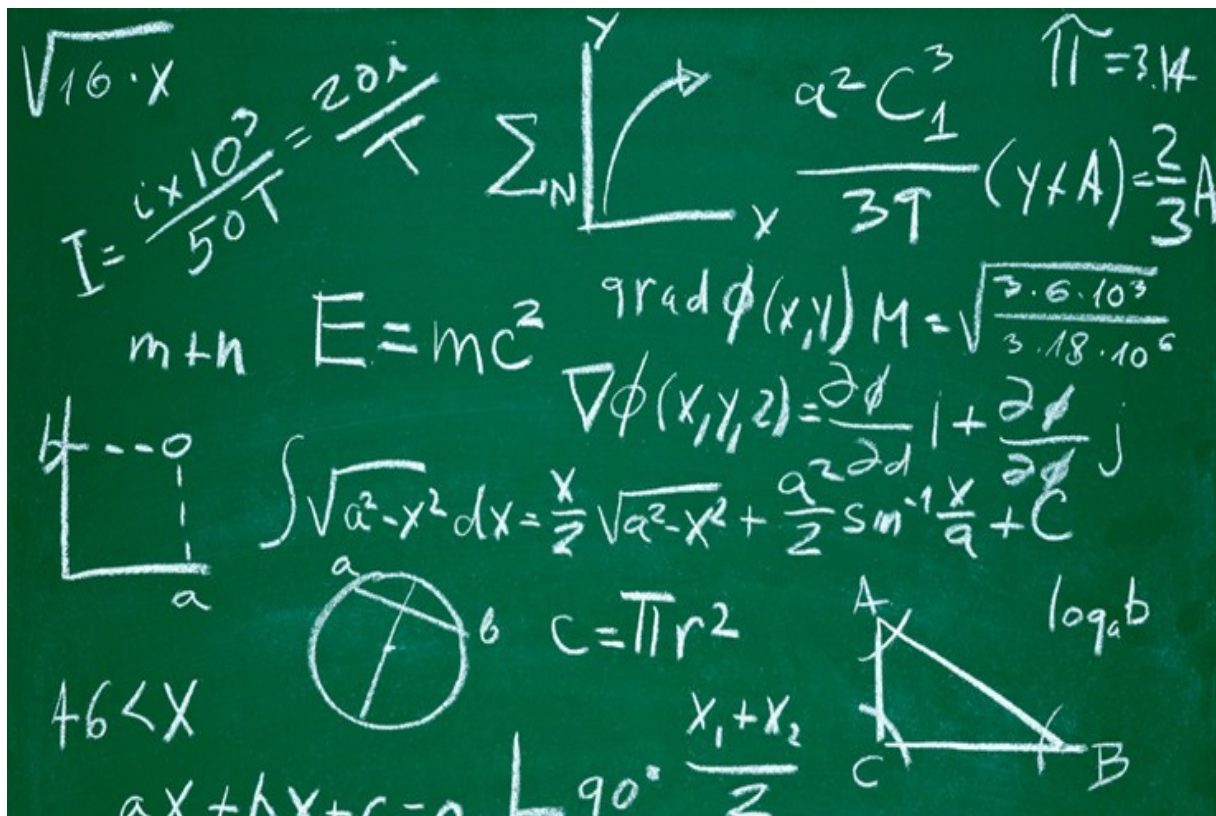
MÄLARDALENS HÖGSKOLA ESKILSTUNA VÄSTERÅS

Akademien för utbildning, kultur och kommunikation

Hur elevers strategier inom problemlösning kan utvecklas med hjälp av förändrad undervisning

How students' strategies within problem solving can be developed with the help of changed teaching

En kvantitativ studie om hur elevers strategier i problemlösning kan utvecklas om de får en förändrad undervisning i problemlösning utifrån KLAG-modellen under några veckor.



Examensarbete för lärarexamen
Författare: Hanna Kleregård och Martina Langelaar
Handledare: Jan Olsson
Ämne/inriktning: Pedagogiskt arbete/ Matematik
Kurskod: MAA017
Poäng: 15hp
Examinator: Andreas Ryve

Ht 2018

Sammanfattning

Denna studie undersöker hur elevers strategier inom problemlösning kan förändras och utvecklas om läraren lägger om sin planering i matematik. Detta genom att börja varje lektion med problemlösningssuppgifter. I studien ingår en interventionsgrupp som får ta del av den förändrade undervisningen och en kontrollgrupp som arbetar vidare med den ordinarie undervisningen. Eleverna i interventionsgruppen startar varje lektion med problemlösningssuppgifter och arbetar utifrån KLAG-modellen. Eleverna gör två tester med problemlösningssuppgifter som de ska lösa med hjälp av tre strategier från KLAG-modellen. Båda grupperna gör ett test innan den förändrade undervisningen och det andra testet tre veckor senare när interventionsgruppen tagit del av den förändrade undervisningen. Resultaten visar att eleverna i interventionsgruppen ökade sitt användande av strategier utifrån KLAG-modellen och använde dessa på ett bättre sätt. Kontrollgruppen försämrade sitt resultat.

Abstract

This study examines how students strategies in problem solving can be developed if the teacher changes planning in mathematics. This is done by starting each lesson with problem solving tasks. The study includes an intervention group that gets to take part of the changed teaching and a control group that is working on the regular teaching. The students in the intervention group start each lesson with problem solving tasks and work with the KLAG model. The students do two tests with problem solving tasks that they will solve using three strategies from the KLAG model. Both groups answer a test before the changed teaching and a second test three weeks later when the intervention group learned from the changed teaching. The results show that the students in the intervention group increased their use of strategies based on the KLAG model and used these in a better way. Meanwhile, the control group results demonstrated a decline.

Nyckelord: problemlösning, strategier, KLAG- modellen

INNEHÅLLSFÖRTECKNING

1 Inledning	4
2 Syfte och frågeställningar	5
3 Bakgrund	5
3.1 Problemlösning	5
3.2 Problemlösning med egna strategier	6
3.3 Problemlösning med hjälp av strategier	6
4 Teorianknytning	7
4.1 Problemlösning	7
4.2 Undervisning i problemlösning	7
4.3 Strategier för problemlösning	8
4.3.1 Konkret uttrycksform	8
4.3.2 Logisk uttrycksform	8
4.3.3 Algebraisk uttrycksform	9
4.3.4 Grafisk uttrycksform	9
5 Metod	9
5.1 Metodval	9
5.2 Genomförande	10
5.3 Urval	10
5.3.1 Datainsamling	10
5.3.2 Analysmetod	11
5.4 Validitet	12
5.5 Reliabilitet	12
5.6 Forskningsetiska principer	12
6 Resultat	13
6.1 Resultat för interventionsgruppen	13
6.2 Resultat för kontrollgruppen	17
6.3 Sammanfattning av resultat	21
7 Slutsatser	22
8 Diskussion	23
8.1 Förslag på fortsatt forskning	24
8 Referenser	25
Bilaga 1	27
Bilaga 2	29
Bilaga 3	33

1 INLEDNING

Forskning har visat att matematikundervisningen, både i Sverige och andra länder, innehåller mestadels rutinuppgifter vilket är ett ineffektivt sätt för elever att få en fördjupad matematisk förståelse enligt Engvall och Kreitz-Sandberg (2015). Ett alternativt sätt att lära ut matematik är att arbeta med problemlösningssuppgifter där eleverna använder den matematik de ska avses att lära sig. I forskningen finns det olika uppfattningar om hur man lär ut problemlösning. En av dessa är att elever på egen hand ska konstruera lösningar och den andra är att de ska få undervisning för att lära sig strategier för problemlösning enligt Mayer (2004) och Brosseau (1997).

I Lgr 11 (Skolverket, 2017) står det att eleverna ska lära sig att formulera och lösa problem med hjälp av matematik och värdera valda strategier och metoder. Eleverna ska också följa och föra resonemang och kunna använda matematiska uttrycksformer för att argumentera och redogöra för frågeställningar, beräkningar och slutsatser. I Skolinspektionens kvalitetsgranskning (2009) framkommer dock att eleverna inte får utveckla sin problemlösningss förmåga i någon större utsträckning då undervisningen till stor del styrs av den lärobok som används. Skolinspektionens kvalitetsgranskning visar att det till största del är rutinuppgifter som eleverna får lösa i matematikboken. Många lärare anser att matematik är ett lätt ämne att undervisa i just för att det går att använda sig av läroboken i stor utsträckning enligt Ahlberg (1995). Det finns mycket som talar för att den typen av undervisning som endast utgår från matematikboken inte leder till någon djupare förståelse för matematik hos eleverna. Eleverna får bara enskild färdighetsträning i form av rutinuppgifter menar Ahlberg (1995).

Det finns exempel på undervisning där problemlösning har en mer central roll. Engvall och Kreitz-Sandberg (2015) skriver om att i den japanska undervisningen utgår man ofta från ett problem och elevernas lösningar på problemet står i fokus. Under matematiklektionerna i Japan är helklassdiskussion viktigt. I den svenska matematikundervisningen blir det sällan att samtal kring olika elevlösningar. I de yngre åldrarna uppmärksammade författarna att eleverna gavs mycket tid åt att fundera över olika lösningar. (Engvall och Kreitz-Sandberg, 2015) Detta är något vi inte sett mycket av under våra VFU-perioder.

Om målet är att eleverna ska utveckla matematiska kompetenser som innefattar problemlösningss förmåga och att kunna föra resonemang menar Taflin (2007) att eleverna måste få tillfälle under sin skolgång att utveckla detta. Om eleverna ska lära sig att kommunicera och förstå olika matematiska strategier måste läraren organisera en typ av undervisning som bidrar till detta. Det innebär också att läraren måste planera sina lektioner utifrån problem som kan lösas på flera sätt, annars bidrar inte problemen till matematiska diskussioner utan det blir snarare onödigt och meningslöst att prestera för eleverna då de inte får en större matematisk förståelse. Det är även meningslöst för dem att jämföra varandras olika lösningar eftersom de inte förekommer så stora skillnader mellan dem vilket inte leder till några matematiska diskussioner. Vidare kan vi då titta på fyra olika strategier som Hagland, Hedrén och Taflin (2005) har tagit fram. Dessa är *konkret uttrycksform*, *logisk uttrycksform*, *algebraisk/aritmetisk uttrycksform* och *grafisk uttrycksform*. Dessa strategier kan vara en utgångspunkt för läraren att undervisa i. Eleverna får lära sig att det går att lösa en problemlösningssuppgift med hjälp av olika representationsformer och då går det även att jämföra olika typer av lösningar och diskutera kring det. Enligt Riesbeck (2000) har eleverna dock svårt att hålla isär olika

resonemangskedjor i en problemlösningsuppgift. Det är något som eleverna måste träna på.

Under våra VFU- perioder har vi lagt märke till att matematikundervisningen till mesta del utgår från en matematikbok. Upplägget i matematikböckerna vi kommit i kontakt med börjar ofta med rutinuppgifter och sedan avslutas ett kapitel med lättare problemlösning. Få elever hinner räkna klart alla sidor under lektionen vilket gör att det blir en liten del av klassen som får arbeta med problemlösning kontinuerligt. Vi vill därför undersöka om det blir någon skillnad i elevernas matematikkunskaper om läraren ändrar lektionsplaneringen och istället startar varje lektion med problemlösningsuppgifter där alla deltar. Därefter får eleverna utföra rutinuppgifterna i matematikboken.

2 SYFTE OCH FRÅGESTÄLLNINGAR

Eftersom vi uppmärksammat att problemlösning inte alltid får en stor plats i matematikundervisningen är det av intresse att studera hur elevernas kunskaper i problemlösning utvecklas om lektionerna organiseras så att alla elever får lösa problem.

Syftet med studien är att undersöka om elevers problemlösningsförmåga och användning av olika representationsformer utvecklas och förbättras om läraren lägger om sin planering i matematik.

Syftet uppnås genom att besvara följande forskningsfråga:

På vilka sätt om alls förändras elevers användande av problemlösningstrategier om varje matematiklektion startas med en problemlösningsuppgift?

3 BAKGRUND

Nedan följer en genomgång av tidigare forskning; förklaring av vad problemlösning är, problemlösning med egna strategier och problemlösning med hjälp av givna strategier.

3.1 PROBLEMLÖSNING

Problemlösning beskrivs av Utbildningsdepartementet (2011b) som en uppgift där eleven från början inte vet hur den ska lösas. För att hitta en lösning måste eleverna därför testa sig fram på olika sätt. Problemlösningsuppgifter skiljer sig från rutinuppgifter just för att det oftast inte finns en enkel och snabb lösning, det kräver ofta mer tid och ansträngning. Även Taflin (2007) beskriver problemlösning som något mer utmanande än en vanlig rutinuppgift. Den som löser problemet måste anstränga sig mer för att hitta en lösning. För att det ska vara möjligt att lösa ett problem måste det finnas en vilja hos problemlösaren just för att det inte alltid är självklart hur problemet ska lösas. Det krävs också att den som ska lösa problemet har förmågan att kunna ta sig an problemet på ett riktigt sätt. På liknande sätt beskriver Ahlberg (1992) problemlösning men hävdar dessutom att det är relationen mellan uppgiften och individen som i slutändan avgör om en uppgift är ett problem eller ej. För vissa elever kan en uppgift vara svår och ansträngande att ta sig an men för en kan det vara en enkel rutinuppgift.

I framtiden behöver samhället flexibla tänkare för att kunna ta sig an problem menar Boaler (2011). Eleverna behöver lära sig att ifrågasätta, ställa frågor och lösa problem med hjälp av olika strategier för att problemlösningen ska vara meningsfull. Wistedt (1996) menar att för att man ska klara sig i dagens samhälle behöver man matematiska kunskaper och en problemlösningsförmåga. Användning av matematik och att förstå vad det är ses som en demokratisk rättighet. Undervisningen i skolan ska vara en grund för eleverna i deras framtida yrkesliv. I dagens samhälle har matematiken en viktig roll och kraven för matematisk förmåga har höjts. Det är därför viktigt att alla elever får arbeta med problemlösning, oavsett vilken nivå de befinner sig på menar Wistedt (2006).

Inom forskningen finns två olika sätt att se på problemlösning. Den ena sidan menar att eleverna lär sig bäst av att hitta egna strategier och den andra sidan anser att eleverna lär sig bäst om de får hjälp av givna strategier. Den sistnämnda synen på problemlösning utgår från att läraren ger eleverna strategier och detaljerade instruktioner om hur de ska lösa problemlösningsuppgiften.

3.2 PROBLEMLÖSNING MED EGNA STRATEGIER

Enligt en del forskare utvecklar eleverna sin problemlösningsförmåga på bästa sätt genom att själva konstruera lösningar. När eleverna själva försöker hitta sätt att ta sig an och lösa ett problem lär de sig att ta bra beslut om strategier. (Schoenfeldt 1985)

Elever utvecklas mest genom att lösa problem med hjälp av egna strategier som de själva kommer på att använda. Det utvecklar eleverna mer och ger dem en djupare förståelse på grund av att de fått kämpa med uppgifterna och försökt komma på olika lösningar menar Hiebert & Grouws (2007). Även Brosseau (1997) anser att eleverna får en djupare förståelse om de får kämpa med ett problem. Eleven som får hjälp i form av givna strategier kanske inte hunnit komma så långt i sina tankar kring problemet. Det viktiga är att eleven får testa sig fram till en lösning och att inte läraren är där i varje steg och påverkar elevens val av strategier. Enligt Brosseau (1997) lär sig eleven matematik genom att konstruera lösningen till ett problem. Ifall läraren förklarar för eleven hur ett problem kan lösas kommer eleven inte att konstruera lösningen. Schoenfeldt (1985) menar att elever ska behärska olika strategier men de måste också kunna välja ut en lämplig strategi för ett visst problem. Om läraren ger eleven givna strategier blir det svårt att se om eleven har tagit bra beslut angående strategier och det blir mer likt en rutinuppgift.

3.3 PROBLEMLÖSNING MED HJÄLP AV STRATEGIER

Andra forskare hävdar dock att eleverna behöver hjälp med att lära sig att använda olika typer av strategier i problemlösning. Genom att ge elever som är nybörjare strategier utvecklas de som bäst.

Mayer (2004) har granskat studier från 1950-talet fram till 1980-talet och kommit fram till att guideade instruktioner gynnar elevers lärande. Om eleverna inte får hjälp med att använda strategier blir de inte medvetna om vilka olika tillvägagångssätt man kan använda för att lösa problem. Om de inte får hjälp med strategier repeterar de ofta samma mönster och lär sig inte att lösa problem med den metod som skulle lämpa sig bäst. I likhet med Mayer menar Kirschner et al. (2006) att det inte finns några fördelar med att ge minimal vägledning inom problemlösning. Det är istället bra att elever som är nybörjare eller ligger på en mellannivå får instruktioner om hur de kan lösa ett problem för att de ska utvecklas optimalt. Moreno (2004) och

Touvinen och Sweller (1999) har upptäckt att undervisningen i problemlösning utan hjälp med strategier och vägledning ofta leder till frustration och att eleven förlorar sitt självförtroende. En slutsats som Moreno (2004) kommit fram till är att eleverna får en djupare förståelse om de blir styrda i sitt lärande och får hjälp med att använda sig av rätt strategier.

4 TEORIANKNYTNING

I detta avsnitt tydliggörs begreppet problemlösning. Det finns en förklaring av hur undervisning i problemlösning ser ut i dagens skola. Till sist följer en förklaring av KLAG- modellen och hur den används i denna studie.

4.1 PROBLEMLÖSNING

Det finns olika sätt att definiera begreppet problemlösning. I Lgr 11 (Skolverket, 2017) står det att eleverna ska lösa och formulera problem med hjälp av matematik och värdera valda strategier och metoder. Enligt Taflin (2007) finns det sju kriterier för att definiera ett rikt problem. Dessa kriterier utgick vi från när vi utformat testerna och lektionerna:

1. Problemet ska vara en introduktion till viktiga matematiska idéer.
2. Alla ska ha en möjlighet att arbeta med problemet och det ska vara lätt att förstå.
3. Problemet ska tillåtas ta tid, kräva en ansträngning och vara en utmaning.
4. Det ska kunna lösas på flera olika sätt med hjälp av olika representationer och matematiska idéer.
5. Utifrån elevernas enskilda lösningar ska problemet bjuda in till matematiska resonemang som bygger på olika matematiska idéer.
6. Problemet ska kunna fungera som en brobyggare.
7. Det ska kunna bidra till att lärare och elever kan formulera nya problem.

Utifrån punkt 1,2 och 3 har vi utformat två test, ett förtest och ett eftertest. Båda testerna är utformade på samma sätt men med olika problemlösningssuppgifter. Dessa test är relevant utformade utifrån vad eleverna för tillfället arbetar med i matematikböckerna. Alla elever ska ha möjlighet att ta sig an problemen men det är även utformat för att det ska krävas en ansträngning från eleverna och därmed vara en utmaning. Utifrån tre av KLAG-modellens uttrycksformer ska eleverna försöka lösa problemen på flera olika sätt; grafiskt, algebraiskt/aritmetiskt eller logiskt. Den förändrade undervisningen som interventionsgruppen har fått under tre veckor utgår även från punkt 5,6 och 7. Under lektionerna har eleverna fått diskutera både parvis och i helklass. Olika typer av lösningen har diskuterats och eleverna har även fått möjlighet att formulera nya problem.

4.2 UNDERVISNING I PROBLEMLÖSNING

I Skolinspektionens kvalitetsgranskning (2009) framgick det att undervisningen i matematik är starkt styrd av läroboken. Konsekvenserna av det blir att eleverna inte får möjlighet att utveckla sin problemlösningssförmåga i någon större utsträckning. Det ges få möjligheter att använda logiska resonemang och utveckla problemlösningssförmågan. De flesta uppgifter eleverna kommer i kontakt med är rutinuppgifter som ska lösas på ett visst sätt i matematikböckerna. Det är enligt skolinspektionen allvarligt eftersom arbetet i böckerna är så pass omfattande.

Undervisningen borde kompletteras med andra uppgifter som utvecklar andra kompetenser hos eleverna. Johnsen Høines (2010) skriver att en del lärare bara använder problemlösningsuppgifter som en extrauppgift för elever som har kommit långt i sin utveckling eller arbetar snabbt. Dessa lärare låter inte alla elever arbeta med problem. Om undervisningen ser ut på detta sätt innebär det att inte alla eleverna får arbeta med problemlösning. Ett bättre sätt att undervisa i matematik är att varva mellan problemlösningsuppgifter och rutinuppgifter som finns i läromedlen för att problemlösning ska få en större plats i matematikundervisningen enligt Johnsen Høines (2010). Något som enligt Mayer (2004) gynnar eleverna är att få instruktioner och vägledning i problemlösning. Moreno (2004) har kommit fram till att eleverna får en djupare förståelse för matematiska problem om de får hjälp med att använda sig av rätt strategier. Eleverna bör alltså få möjlighet att arbeta mer med problemlösning i skolan och få vägledning med hjälp av goda strategier. Läraren bör varva den vanliga undervisningen som utgår till stor del från matematikboken med att ge eleverna problemlösningsuppgifter och undervisning i strategier de kan använda sig av.

4.3 STRATEGIER FÖR PROBLEMLÖSNING

Inom problemlösning finns det flera olika strategier eleverna kan använda för att lösa problem. Eleverna kan använda olika strategier i kombination med varandra men också var och en för sig. Emanuelsson (1997) menar att eleverna bör kunna använda sig av flera olika strategier. Eleverna behöver denna kunskap för att kunna förtydliga, kontrollera och förklara sina tankegångar när de löser problem. Strategierna ska eleverna använda som redskap och de ska stimulera deras tankearbete. I denna studie undersöks strategier som visar hur väl eleverna använder sig av olika representationsformer. Vi undersöker inte vilka matematiska strategier eleverna använder under varje representationsform. Exempelvis analyseras inte om eleverna använder sig av addition eller multiplikation i den aritmetisk/algebraiska uttrycksformen. Hagland, Hedrén och Taflin (2005) har tagit fram fyra strategier för att lösa problem. Dessa är konkret, logisk, algebraisk/aritmetisk och grafisk uttrycksform. En förkortning av dessa strategier kallas för KLAG-modellen. Det är dessa fyra strategier som eleverna i interventionsgruppen har fått undervisning i. Vi tittar på om de kan använda sig av dessa representationsformer när de gör testerna. Vi har analyserat testerna utifrån tre av dessa fyra strategier; logiskt, grafiskt och algebraiskt/aritmetiskt. Vi har valt bort den konkreta strategin på grund av att den är svår att använda i ett skriftligt test. Nedan redovisas dessa strategier för problemlösning. En förklaring av den konkreta uttrycksformen finns med för att eleverna får arbeta med den under lektionerna även om den inte är med i testen.

4.3.1 KONKRET UTTRYCKSFORM

Hagland, Hedrén och Taflin (2005) beskriver att när eleverna använder den konkreta strategin har de tillgång till konkret material. Eleverna kan sortera material för att lösa uppgiften. Ett exempel är att de klipper papper och sorterar detta på ett lämpligt sätt. När elever arbetar med konkret material inom problemlösning har de lättare för att konkretisera och få stimulans enligt Malmer (2002). Vidare menar författaren att svaga elever inom matematik får bättre resultat och förståelse om de får arbeta med konkret material.

4.3.2 LOGISK UTTRYCKSFORM

Hagland, Hedrén och Taflin (2005) skriver att när eleverna använder den logiska uttrycksformen ska de endast använda språket antingen i tal eller skrift. Eleverna ska

beskriva och förklara uppgiften med hjälp av ord utan att ha med matematiska symboler eller förkortande ord. I Lgr 11 (Skolverket 2017) står det att elever ska kunna kommunicera och resonera i matematik och utifrån det prova olika lösningar och kommunicera med andra.

4.3.3 ALGEBRAISK/ARITMETISK UTTRYCKSFORM

Hagland, Hedrén och Taflin (2005) beskriver den algebraiska/aritmetiska strategin som en strategi där eleverna använder sig av matematiska symboler, bokstäver och förkortande ord. Det handlar ofta om att översätta en logisk uttrycksform till ett matematiskt symbolspråk. Översättningen kan se ut på olika sätt och kan exempelvis bli en formel eller en ekvation. Inom denna strategi finns det många olika symboler, till exempel algebraiska, aritmetiska och bråkstreck.

4.3.4 GRAFISK UTTRYCKSFORM

Hagland, Hedrén och Taflin (2005) beskriver att eleverna redovisar sin lösning genom att rita bilder, grafer eller gör en tabell inom denna strategi. Emanuelsson (1997) skriver att bilder kan ritas upp för att representera verkliga saker. Den logiska strategin kan exempelvis förtydligas genom att eleverna kompletterar den med ett grafiskt uttryck.

Det är viktigt att eleverna kan använda sig av alla dessa strategier och växla mellan dem. Detta på grund av att dessa strategier fungerar som redskap och ger stimulans för elevernas tankearbete och kommunikation. (Hagland, Hedrén och Taflin 2005)

5 METOD

Bryman (2001) menar att det är viktigt att skilja på sin undersökningsdesign och forskningsstrategi. Denna studie är kvantitativ då den bygger på numeriska data. Eleverna har gjort ett förtest och eftertest med problemlösningsuppgifter. Eleverna ska använda de uttrycksformer som finns i KLAG-modellen som Hagland, Hedrén och Taflin (2005) har tagit fram. Detta gör eleverna för att vi ska kunna se vilka strategier eleverna kan använda sig av. Testerna finns att se i bilaga 2 och 3. Testerna görs i två parallellklasser där den ena klassen är interventionsgrupp och den andra kontrollgrupp.

5.1 METODVAL

Metoden som har valts för denna undersökning är en experimentell design. Den experimentella forskningsdesignen är utformad för att kunna få en trovärdighet i orsakssamband enligt Bryman (2001). Metoden innebär att man undersöker ett antal individer under ett tillfälle för att se på variationer. När man utför ett test med en experimentell design förändras den oberoende variabeln för att man ska kunna avgöra om den beroende variabeln påverkas av förändringen. Elevernas kunskap som framkommer i testresultatet kan liknas med en beroende variabel men elevernas förmåga att lösa problemen med hjälp av KLAG-modellen kan liknas med en oberoende variabel. Testet som eleverna ska utföra består av två problemlösningsuppgifter med en a och en b fråga. Eleverna ska svara på varje fråga med hjälp av KLAG-modellen och ska svara på alla sätt de kan. För att få en validitet i undersökningen gör en kontrollgrupp samma test vilket är en fördel när man utgår från en experimentell design enligt Bryman (2001). Kontrollgruppen består av en parallellklass till interventionsgruppen på samma skola som arbetar med samma område och läromedel som interventionsgruppen. Eleverna gör ett test i början av

undersökningen. Efter tre veckor med den förändrade matematikundervisning görs ett nytt test för att se på variationer och eventuell förbättring för eleverna i att använda sig av KLAG- modellen. Kontrollgruppen har inte fått en förändrad undervisning under denna period men genomför samma test i början och slutet som interventionsgruppen. Kontrollgruppen gör samma test för att vi ska kunna jämföra resultaten i båda grupperna.

5.2 GENOMFÖRANDE

Innan vi utförde det första testet i båda klasserna skickades ett informationsbrev hem med föräldrarna där både eleverna och föräldrarna fick godkänna om de ville att eleven skulle delta i studien (se informationsbrev i Bilaga 1). Testerna är uppbyggda med två problemlösningsuppgifter med en a och en b fråga. Eleverna ska svara på varje fråga med hjälp av KLAG- modellen men utan konkret material. Eleverna ska svara på frågorna med hjälp av den logiska, algebraiska/aritmetiska och grafiska uttrycksformen (se bilaga 2 och 3). Testerna är utformade efter Taflins (2007) kriterier som definierar ett rikt problem. När första testet (Bilaga 2) är gjort påbörjas den förändrade undervisning för interventionsgruppen. I interventionen ingår att varje matematiklektion startar med problemlösningsuppgifter under cirka 15 minuter. Läraren går igenom KLAG- modellen och beskriver hur man kan använda den. Detta repeteras varje lektion. Sedan får eleverna arbeta med en problemlösningsuppgift både enskilt, i par och i helklass.

Problemlösningsuppgifterna är tagna från matematikboken men några är även egenkonstruerade och följer kriterierna för ett rikt problem som Taflin (2007) beskriver. Läraren är ett stöd för eleverna när de löser problemen och håller i helklassdiskussionen. Efter att eleverna har arbetat med problemlösningsuppgifterna hålls en helklassdiskussion. Under den tidigare matematikundervisningen har endast vissa elever fått möjlighet att arbeta med problemlösning på grund av att problemlösningen alltid ligger i slutet av varje kapitel i matematikboken. Matematiklektionerna kommer under tre veckor läggas om så att varje lektion startar med problemlösningsuppgifter. Detta på grund av att varje elev ska få möjlighet att utveckla sina problemlösningsstrategier. Kontrollgruppen kommer under dessa veckor att arbeta vidare på samma sätt som tidigare i matematiken.

Efter tre veckor utförs ett liknande test fast med andra problemlösningsuppgifter i både interventionsgruppen gruppen och i kontrollgruppen (se Bilaga 3).

5.3 URVAL

I denna studie undersöktes två parallellklasser på samma skola. Detta på grund av att de har arbetat på samma sätt i matematiken. Båda klasserna följer matematikbokens upplägg och arbetar utifrån det. I interventionsgruppen deltog 21 elever i undersökningen. I kontrollgruppen deltog 19 elever. Alla elever går i årskurs 3 och är mellan 8 och 9 år gamla. Urvalet till studien är baserat på bekvämlighetsurval. Detta innebär att urvalet består av personer som är tillgängliga för forskaren för tillfället menar Bryman (2001).

5.3.1 DATAINSAMLING

Detta är en kvantitativ studie. Datainsamlingen har gjorts genom att eleverna utfört två liknande tester i både interventionsgruppen och kontrollgruppen. Ett test i början av studien för att se hur eleverna klarar av att använda sig av olika strategier utifrån KLAG- modellen. Det andra testet utfördes efter tre veckor då interventionsgruppen deltagit i den förändrade undervisningen och kontrollgruppen haft samma

undervisning som de vanligtvis har. Vi har sedan analyserat och rättat testerna som eleverna har utfört. Testerna har samlats in och märkts upp med nummer vilket sedan förts in i en frekvenstabell. Numret som eleverna har tilldelats används sedan för att skapa ett stapeldiagram som görs efter att sista testet har utförts. Eleverna har alltså samma nummer i båda frekvenstabellerna för att tydliggöra eventuella personliga förbättringar inom problemlösning.

5.3.2 ANALYSMETOD

Vi har analyserat resultatet genom att kategorisera uppgifterna utifrån i KLAG-modellen; logiskt, algebraiskt/aritmetiskt och grafisk uttrycksform. Vi har studerat vilka av dessa tre strategier eleverna klarat av att använda sig av. Vi har inte analyserat de matematiska strategierna utan endast tittat på om eleverna kan använda representationsformerna på rätt sätt. Vi har valt att presentera elevernas svar med tre olika färger; grönt, gult och rött beroende på hur det svarat och använt sig av de olika uttrycksformerna.

GRÖNT

Vi har markerat grönt om eleverna har klarat uppgiften. Grönt innebär att eleverna har använt strategin på korrekt sätt och fått rätt svar. Ett exempel på en aritmetisk korrekt lösning; $4 \times 9 = 36$.

GULT

Gult innebär att eleven har kommit en bit på väg. Eleven har använt rätt strategi men inte läst frågan ordentligt och därmed fått ett felaktigt svar. Det här svaret markeras exempelvis med gult på den logiska strategin: *"Om hon äter två kuler varje dag så äter hon 6 kuler på tre dagar"*. I frågan stod dock att hon äter två kuler jordgubbsglass och en kula choklad, alltså äter hon tre kuler varje dag. Med gult menas därmed att eleven har använt rätt strategi men fått ett felaktigt svar.

RÖTT

Om eleven har använt fel strategi och inte klarat uppgiften eller inte skrivit något alls markeras den med rött. Rött innebär alltså att eleven använt strategin inkorrekt och fått ett felaktigt svar. Exempelvis har eleven på den grafiska strategin enbart ritat en fin bild som i sig inte har något med den matematiska frågan att göra.

I denna undersökning kommer vi att använda oss av frekvenstabeller och stapeldiagram för att presentera resultatet. Bryman (2001) beskriver att frekvenstabeller visar antal personer i undersökningen och den procentuella andelen personer som hör till varje kategori på ett tydligt sätt. Vi kommer använda oss av frekvenstabeller och stapeldiagram för att jämföra skillnaderna före och efter den förändrade undervisningen för att se procentuellt hur stor skillnad det blev i resultatet för eleverna att använda sig av KLAG-modellen. I frekvenstabellen är rutorna markerade med grönt, gult eller rött beroende på hur eleverna klarat att svara på frågan utifrån KLAG-modellen. Bryman (2001) skriver att diagram hör till den vanligaste metoden när man ska beskriva kvantitativa data. Den största fördelen med diagram är att de är förhållandevis lätta att tolka och förstå.

5.4 VALIDITET

Validiteten inom kvantitativ forskning är ett mått på om man verkligen mäter begreppet i fråga enligt Bryman (2001). Författaren beskriver ytvaliditet som ett mått som visar om man speglar det aktuella innehållet. Genom att fråga experter inom området kan man få reda på om man har fångat och använt rätt mått för att få fram rätt resultat till undersökningen. Vi har frågat och diskuterat med vår handledare om måttet vi använder i undersökningen är relevant. Vi har också studerat forskning för att få en högre ytvaliditet (Hagland, Hedrén och Taflin 2005). Validitet handlar om undersökningens giltighet och relevans. När insamling av data sker ska det ha gjorts utefter frågeställningen som ska besvaras enligt Larsen (2009).

5.5 RELIABILITET

Reliabilitet innebär undersökningens pålitlighet inom måtten och mätningar. För att säkerhetsställa stabiliteten hos ett mått kan man exempelvis utföra ett test med två olika grupper som befinner sig på samma nivå för att få en högre reliabilitet för resultatet (Bryman 2001). Detta har vi tagit hänsyn till i undersökningen och därför gjort samma test med en kontrollgrupp för att reliabiliteten ska få ett högre utfall. Detta menar även Larsen (2009) är en viktig del i att få en högre reliabilitet i en undersökning. Om olika forskare genomför en undersökning vid ett flertal tillfällen blir det en högre reliabilitet. Detta har inte skett i denna undersökning men däremot finns en kontrollgrupp. Bryman (2001) menar att för att få den interna reliabiliteten pålitlig bör man tydliggöra hur måtten ska redovisas. Detta kan man göra genom att komma överens om hur uppgifter ska bedömas och ta hjälp av någon utomstående för att det ska bli en högre reliabilitet. I denna undersökning har vi diskuterat provresultaten tillsammans och försökt ha en hög intern reliabilitet.

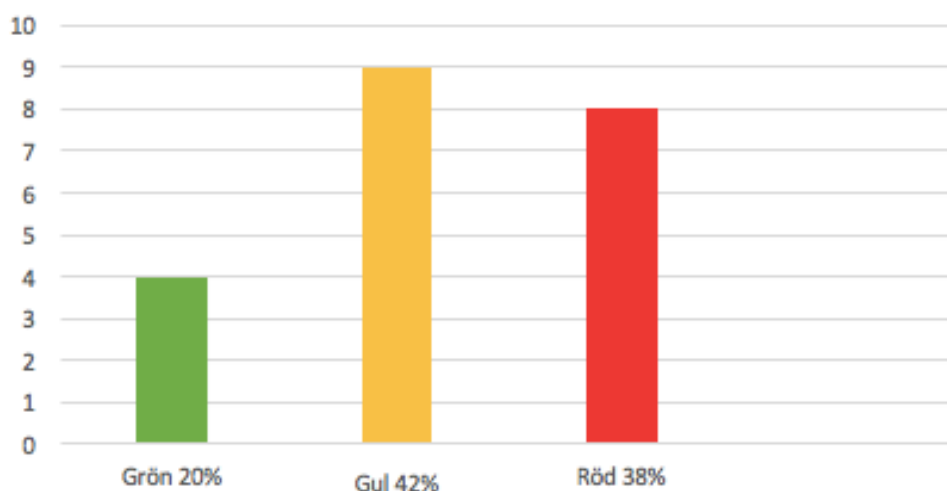
5.6 FORSKNINGSETISKA PRINCIPER

Vetenskapsrådet (2011) skriver att forskning är nödvändigt för utvecklingen av samhället. Det är viktigt att forskning sker korrekt för att individer inte ska utsättas för psykisk eller fysisk skada. Därför finns det regler för hur forskning ska bedrivas. Dessa regler kallas de forskningsetiska principerna. I denna studie är individskyddskravet uppfyllt då vårdnadshavarna och eleverna har blivit informerade om forskningens syfte och att tystnadsplikt gäller. Informationskravet uppfylls då vi informerar vårdnadshavarna och eleverna om syftet med studien. Vårdnadshavarna och eleverna har gett sitt medgivande för att eleverna ska få delta i studien. Konfidentialitetskravet uppfylls då utomstående inte kan identifiera eleverna som tar del i studien. Nyttjandekravet uppfylls då enkäterna endast används i forskningsändamål. Vi kommer att analysera materialet genom att först precisera vad en problemlösningsuppgift är.

Genomsnitt för hur eleverna har klarat att använda sig av de olika strategierna

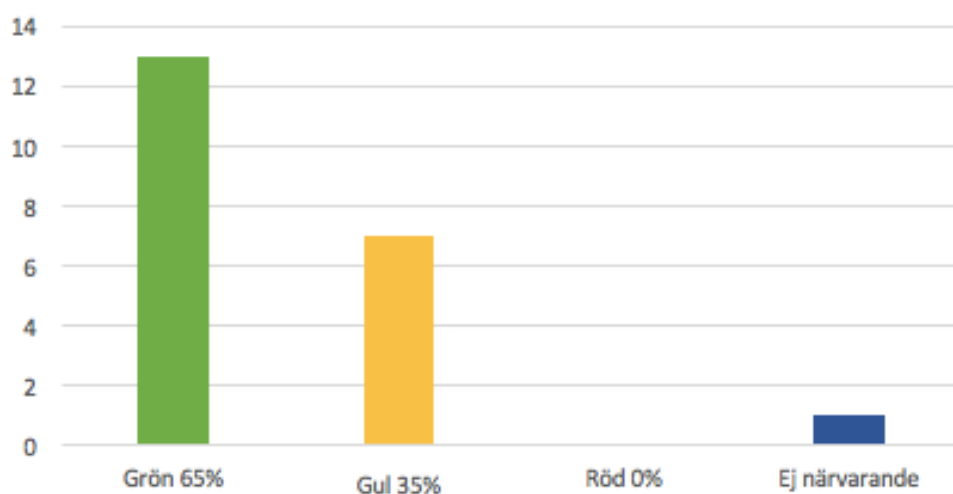
Nedan redovisas stapeldiagram för interventionsgruppen som visar hur eleverna har klarat att använda de olika strategierna. Vi har valt att använda genomsnitt för hur eleverna har klarat av att lösa uppgiften från färgkriterierna. Har en elev exempelvis klarat en uppgift med hjälp av en grafisk lösning och därmed fått grön färg men har rött på de resterande tre grafiska lösningarna räknas detta som en röd markering. Om eleven har två gröna markeringar och två röda markeringar redovisas detta som gult i diagrammet. Elever som har två gula markeringar och två röda markerar det som gult eftersom de är en bit på väg. Elever som har två gröna markeringar och två gula markeringar markerar som gult.

Grafiska lösningar interventionsgrupp test 1



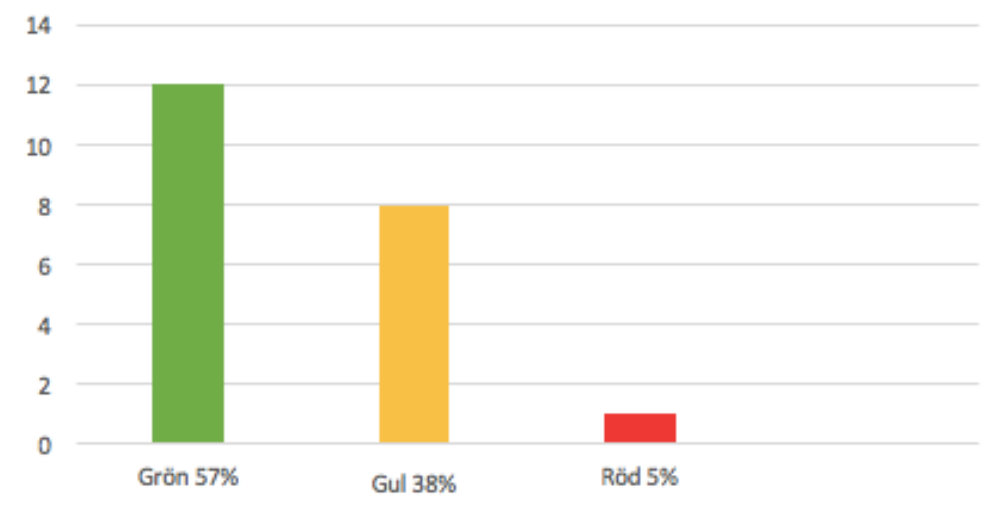
Det första testet som interventionsgruppen utförde klarade 20% av att använda sig av den grafiska uttrycksformen på ett korrekt sätt, 42 % har kommit en bit på väg i sin utveckling och 38 % har inte kunnat använda sig av den grafiska lösningsstrategin.

Grafiska lösningar interventionsgrupp test 2



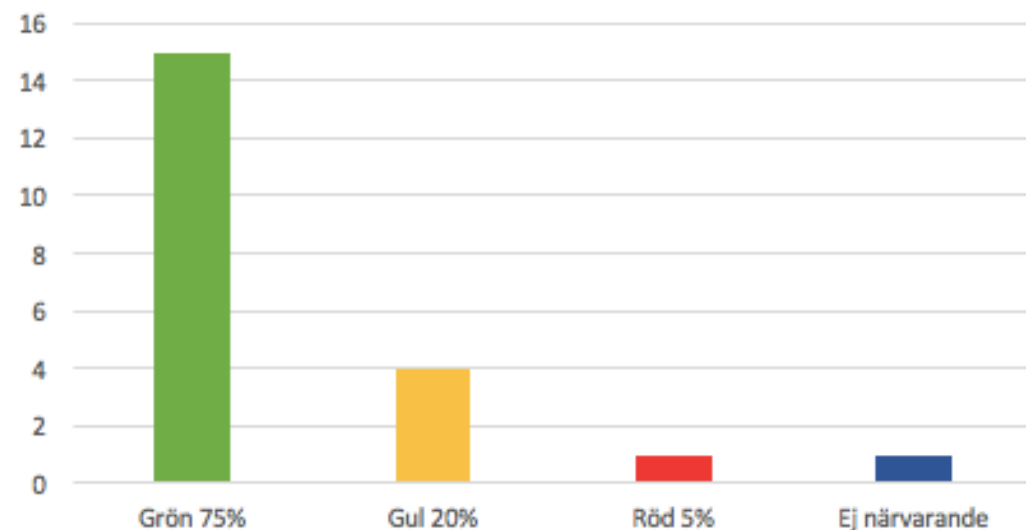
Det andra testet som interventionsgruppen utförde klarade 65 % av att använda sig av den grafiska uttrycksformen på ett korrekt sätt, 35 % har kommit en bit på väg i sin utveckling och 0 % har inte kunnat använda sig av den grafiska lösningsstrategin. En elev var ej närvarande.

Algebraiska/aritmetiska lösningar interventionsgrupp test 1



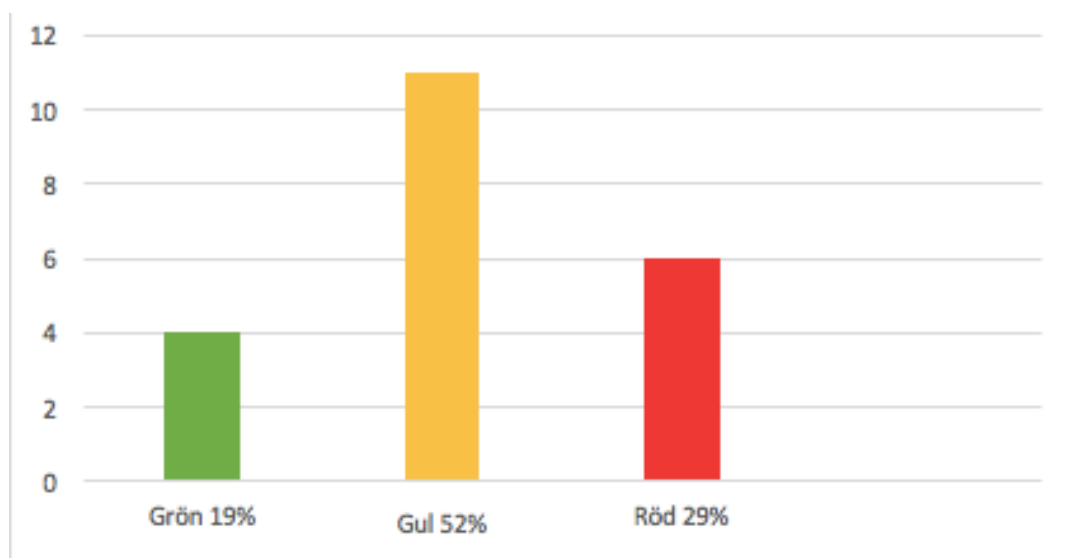
Det första testet som interventionsgruppen utförde klarade 57% av att använda sig av den algebraiska/aritmetiska uttrycksformen på ett korrekt sätt, 38 % har kommit en bit på väg i sin utveckling och 5 % har inte kunnat använda sig av den algebraiska/aritmetiska lösningsstrategin.

Algebraiska/aritmetiska lösningar interventionsgrupp test 2



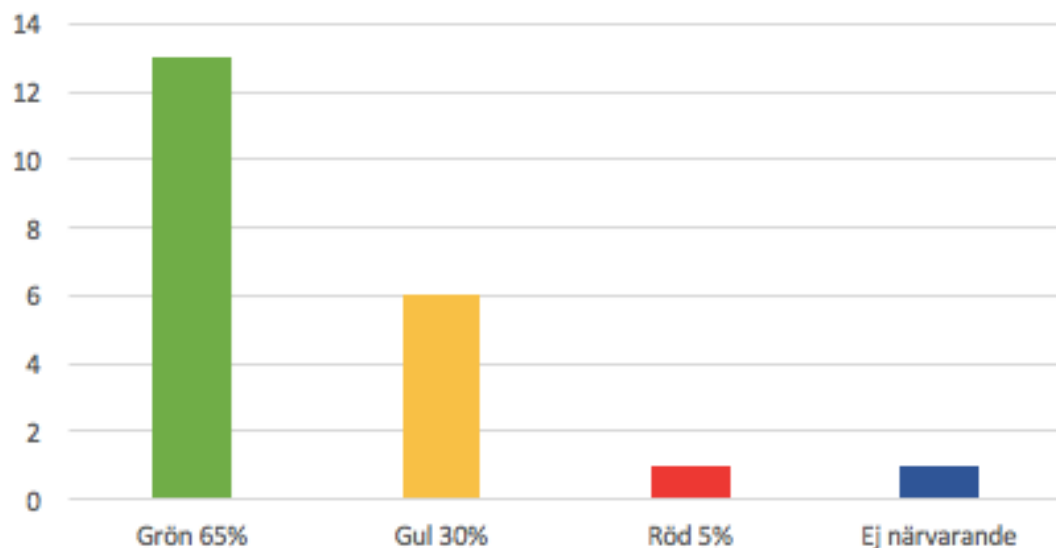
Det andra testet som interventionsgruppen utförde klarade 75 % av att använda sig av den algebraiska uttrycksformen på ett korrekt sätt, 20 % har kommit en bit på väg i sin utveckling och 5 % har inte kunnat använda sig av den algebraiska lösningsstrategin. En elev var ej närvarande.

Logiska lösningar interventionsgrupp test 1



Det första testet som interventionsgruppen utförde klarade 19 % av att använda sig av den logiska uttrycksformen på ett korrekt sätt, 52 % har kommit en bit på väg i sin utveckling och 29 % har inte kunnat använda sig av den logiska lösningstrategin.

Logiska lösningar interventionsgrupp test 2



Det andra testet som interventionsgruppen utförde klarade 65 % av att använda sig av den logiska uttrycksformen på ett korrekt sätt, 30 % har kommit en bit på väg i sin utveckling och 5 % har inte kunnat använda sig av den logiska lösningstrategin. En elev var ej närvarande.

6.2 RESULTAT FÖR KONTROLLGRUPPEN

Frekvenstabell

Efter testet har resultatet sammanställts med en frekvenstabell där grönt betyder att eleven har utfört strategin på rätt sätt, gult om de har kommit en bit på väg och rött om de inte har förstått strategin eller klarat uppgiften. Här nedan är frekvenstabellen för klassen som undersöks. Frekvenstabellen har använts för att sammanställa resultatet och få en snabb överblick om eventuella skillnader mellan test 1 och test 2.

Test 1 för kontrollgruppen

I tabellen ser vi att det är 19 elever som deltar i undersökningen. Varje uppgift är indelad i tre delar som representerar de olika lösningsstrategierna

Kontrollgrupp	1a grafisk	1a algebraisk	1a logisk	1b grafisk	1b algebraisk	1b logisk	2a grafisk	2a algebraisk	2a logisk	2b grafisk	2b algebraisk	2b logisk
Elev 1	Grön	Grön	Grön	Grön	Grön	Grön	Grön	Grön	Grön	Grön	Grön	Grön
Elev 2	Grön	Grön	Grön	Grön	Grön	Grön	Grön	Grön	Grön	Grön	Grön	Grön
Elev 3	Gult	Grön	Grön	Grön	Grön	Grön	Grön	Grön	Grön	Rött	Rött	Rött
Elev 4	Grön	Gult	Rött	Grön	Gult	Rött	Grön	Grön	Rött	Rött	Rött	Rött
Elev 5	Grön	Grön	Rött	Grön	Grön	Rött	Grön	Grön	Rött	Rött	Rött	Rött
Elev 6	Grön	Gult	Grön	Grön	Grön	Grön	Gult	Gult	Grön	Grön	Grön	Gult
Elev 7	Grön	Grön	Grön	Grön	Grön	Grön	Grön	Grön	Grön	Rött	Rött	Rött
Elev 8	Grön	Grön	Grön	Grön	Grön	Grön	Grön	Grön	Gult	Gult	Gult	Gult
Elev 9	Grön	Grön	Grön	Grön	Grön	Grön	Grön	Grön	Grön	Grön	Grön	Gult
Elev 10	Grön	Grön	Grön	Grön	Grön	Grön	Grön	Grön	Grön	Grön	Grön	Gult
Elev 11	Gult	Rött	Grön	Grön	Gult	Grön	Gult	Gult	Rött	Grön	Grön	Gult
Elev 12	Gult	Grön	Rött	Grön	Grön	Rött	Gult	Gult	Rött	Grön	Grön	Rött
Elev 13	Grön	Grön	Grön	Grön	Grön	Grön	Grön	Grön	Gult	Grön	Grön	Gult
Elev 14	Grön	Grön	Grön	Grön	Grön	Grön	Grön	Grön	Grön	Rött	Rött	Rött
Elev 15	Gult	Grön	Grön	Gult	Grön	Grön	Gult	Grön	Gult	Rött	Gult	Rött
Elev 16	Gult	Grön	Rött	Rött	Rött	Rött	Grön	Rött	Grön	Rött	Rött	Rött
Elev 17	Rött	Grön	Rött	Rött	Grön	Rött	Gult	Grön	Rött	Rött	Rött	Rött
Elev 18	Gult	Grön	Grön	Gult	Grön	Grön	Gult	Grön	Rött	Rött	Rött	Rött
Elev 19	Rött	Gult	Grön	Rött	Grön	Rött	Rött	Grön	Gult	Rött	Rött	Rött

Test 2 för kontrollgruppen

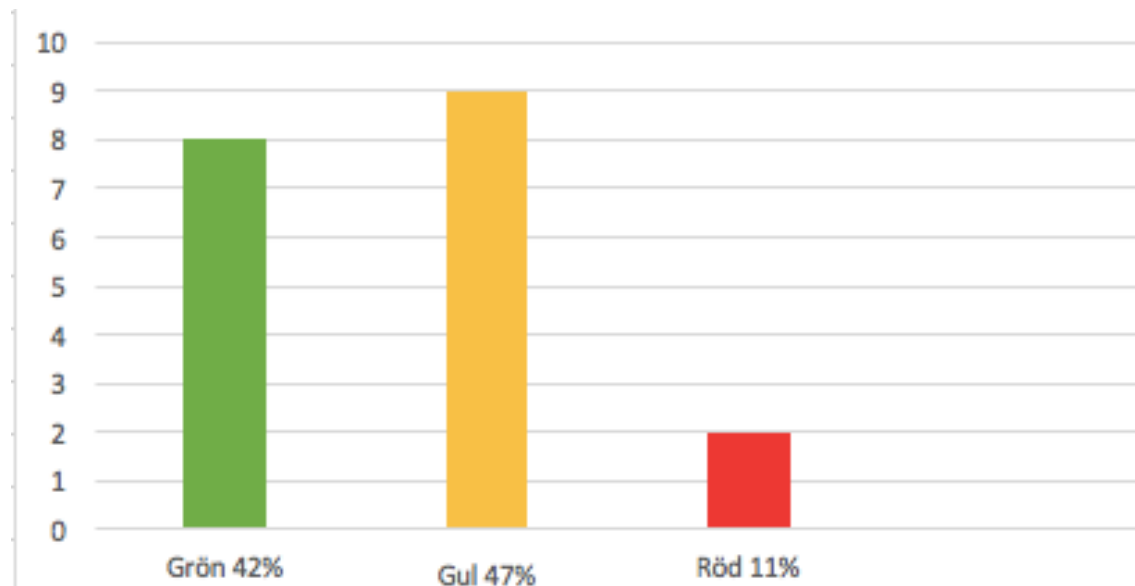
I tabellen ser vi att det är 19 elever som deltar i undersökningen. Varje uppgift är indelad i tre delar som representerar de olika lösningsstrategierna.

Kontrollgrupp	1a grafisk	1a algebraisk	1a logisk	1b grafisk	1b algebraisk	1b logisk	2a grafisk	2a algebraisk	2a logisk	2b grafisk	2b algebraisk	2b logisk
Elev 1	Grön	Grön	Rött	Grön	Gult	Rött	Rött	Rött	Rött	Grön	Gult	Rött
Elev 2	Grön	Gult	Rött	Grön	Grön	Rött	Grön	Grön	Rött	Gult	Gult	Rött
Elev 3	Rött	Rött	Rött	Grön	Grön	Grön	Gult	Grön	Rött	Rött	Rött	Rött
Elev 4	Grön	Grön	Grön	Grön	Grön	Grön	Grön	Grön	Rött	Rött	Rött	Rött
Elev 5	Grön	Grön	Rött	Grön	Grön	Rött	Grön	Gult	Grön	Rött	Rött	Rött
Elev 6	Gult	Grön	Gult	Grön	Grön	Grön	Gult	Grön	Gult	Rött	Rött	Rött
Elev 7	Grön	Grön	Rött	Grön	Grön	Rött	Rött	Rött	Rött	Rött	Rött	Rött
Elev 8	Grön	Grön	Grön	Grön	Grön	Grön	Grön	Grön	Grön	Gult	Gult	Gult
Elev 9	Grön	Grön	Gult	Grön	Grön	Grön	Grön	Grön	Grön	Gult	Gult	Gult
Elev 10	Grön	Grön	Rött	Grön	Grön	Rött	Rött	Rött	Rött	Grön	Grön	Rött
Elev 11	Gult	Grön	Rött	Grön	Grön	Rött	Rött	Rött	Rött	Grön	Grön	Rött
Elev 12	Gult	Gult	Rött	Grön	Grön	Rött	Grön	Grön	Rött	Gult	Gult	Rött
Elev 13	Grön	Grön	Rött	Grön	Grön	Grön	Grön	Grön	Grön	Grön	Gult	Rött
Elev 14	Rött	Rött	Rött	Grön	Grön	Rött	Rött	Rött	Rött	Rött	Rött	Rött
Elev 15	Grön	Grön	Grön	Gult	Grön	Grön	Grön	Grön	Rött	Rött	Rött	Rött
Elev 16	Grön	Grön	Grön	Grön	Grön	Rött	Gult	Gult	Rött	Rött	Rött	Rött
Elev 17	Rött	Gult	Rött	Grön	Grön	Rött	Rött	Rött	Rött	Rött	Rött	Rött
Elev 18	Grön	Grön	Grön	Gult	Grön	Rött	Gult	Grön	Rött	Grön	Rött	Gult
Elev 19	Rött	Rött	Rött	Rött	Grön	Gult	Gult	Gult	Rött	Rött	Rött	Rött

Genomsnitt i stapeldiagram

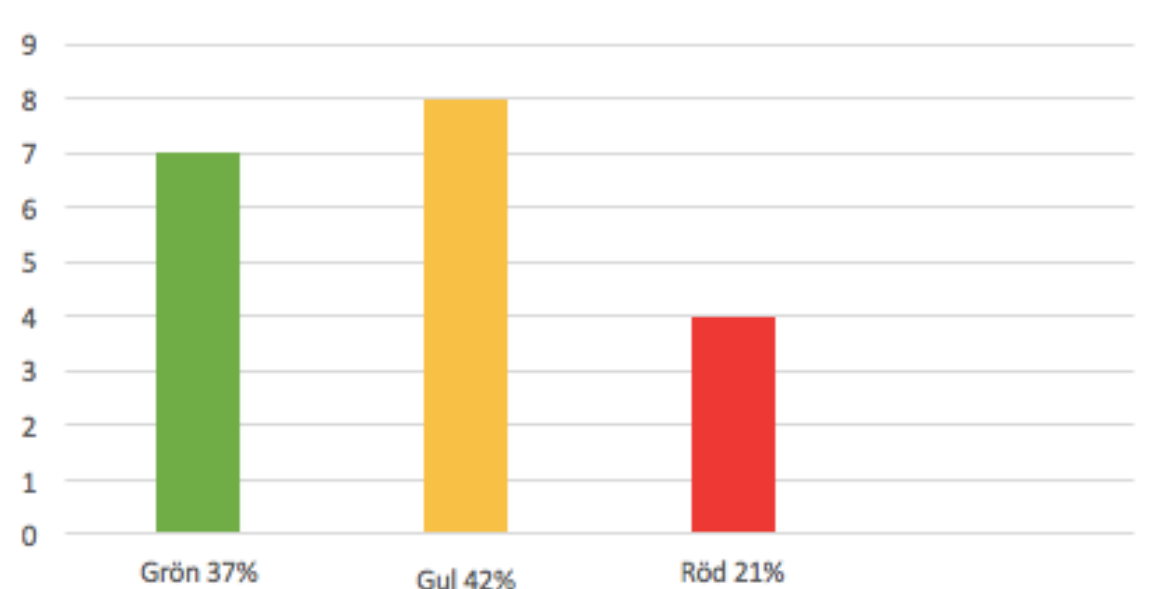
Nedan redovisas stapeldiagram för kontrollgruppen som visar hur eleverna har klarat att använda de olika strategierna. Även här har vi valt att använda genomsnitt för hur eleverna har klarat att lösa uppgiften utifrån färgkriterierna.

Grafiska lösningar kontrollgrupp test 1



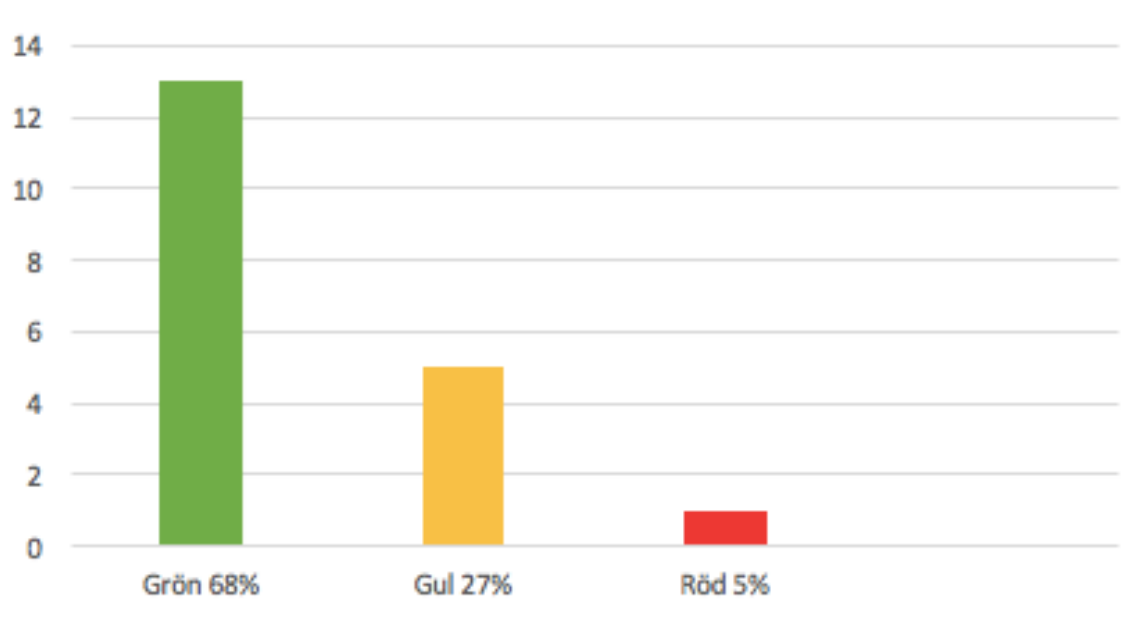
Det första testet som kontrollgruppen utförde klarade 42% av att använda sig av den grafiska uttrycksformen på ett korrekt sätt, 67 % har kommit en bit på väg i sin utveckling och 11 % har inte kunnat använda sig av den grafiska lösningsstrategin.

Grafiska lösningar kontrollgrupp test 2



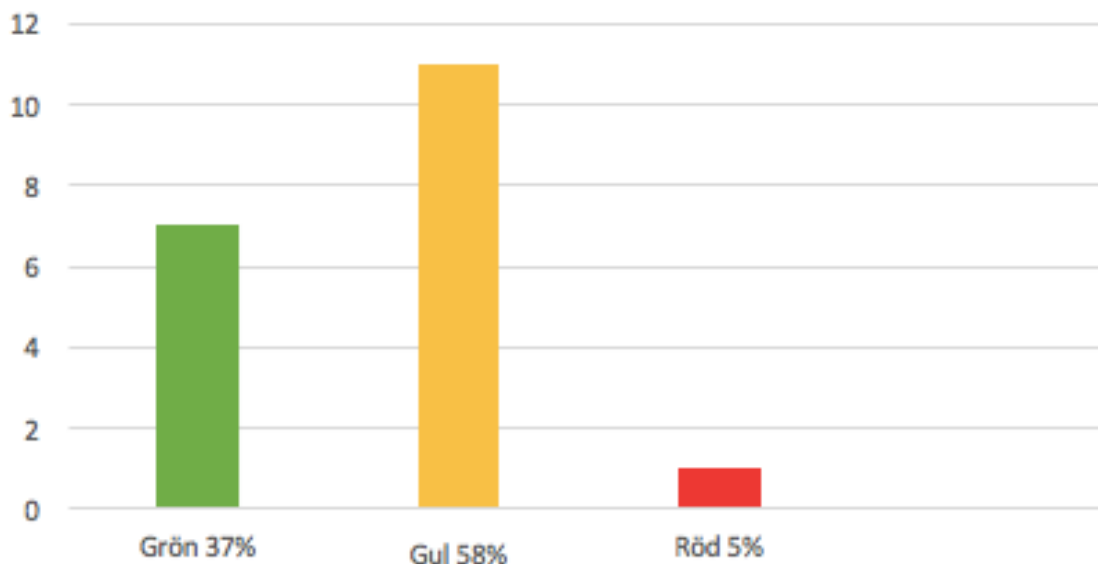
Det andra testet som kontrollgruppen utförde klarade 37% av att använda sig av den grafiska uttrycksformen på ett korrekt sätt, 42 % har kommit en bit på väg i sin utveckling och 21 % har inte kunnat använda sig av den grafiska lösningsstrategin.

Algebraiska/aritmetiska lösningar kontrollgrupp test 1



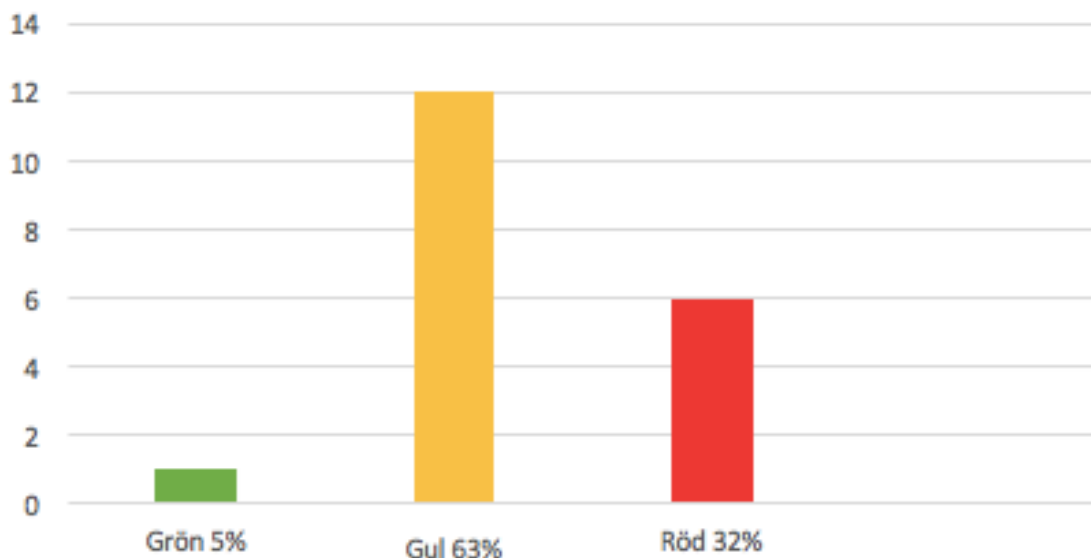
Det första testet som kontrollgruppen utförde klarade 68% av att använda sig av den algebraiska/aritmetiska uttrycksformen på ett korrekt sätt, 27 % har kommit en bit på väg i sin utveckling och 5 % har inte kunnat använda sig av den algebraiska/aritmetiska lösningsstrategin.

Algebraiska/aritmetiska lösningar kontrollgrupp test 2



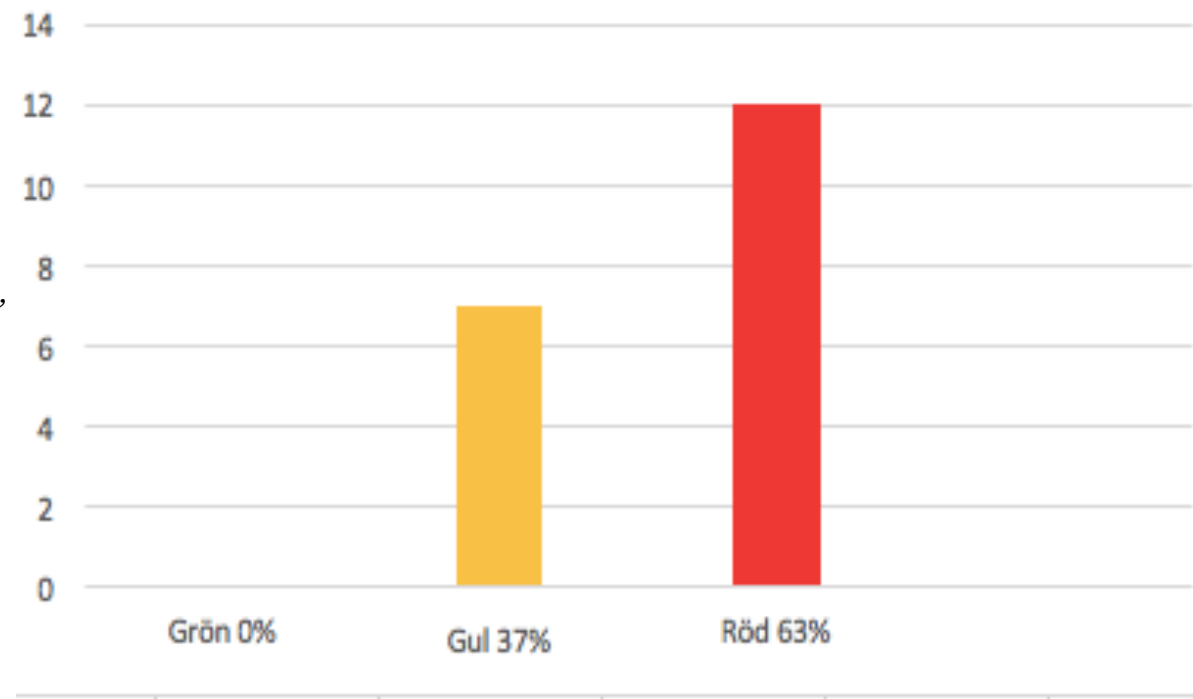
Det andra testet som kontrollgruppen utförde klarade 37 % av att använda sig av den algebraiska/aritmetiska uttrycksformen på ett korrekt sätt, 58 % har kommit en bit på väg i sin utveckling och 5 % har inte kunnat använda sig av den algebraiska/aritmetiska lösningsstrategin.

Logiska lösningar kontrollgrupp test 1



Det första testet som kontrollgruppen utförde klarade 5 % av att använda sig av den logiska uttrycksformen på ett korrekt sätt, 63 % har kommit en bit på väg i sin utveckling och 32 % har inte kunnat använda sig av den logiska lösningsstrategin.

Logiska lösningar kontrollgrupp test 2



Det andra testet som kontrollgruppen utförde klarade 0 % av att använda sig av den logiska uttrycksformen på ett korrekt sätt, 37 % har kommit en bit på väg i sin utveckling och 63 % har inte kunnat använda sig av den logiska lösningsstrategin.

6.3 SAMMANFATTNING AV RESULTAT

Nedan följer en sammanfattning av resultatet där det första testets resultat ställs mot det andra testets resultat.

Interventionsgruppen

Logisk strategi

På första testet var det 19 % av eleverna som klarade att lösa uppgifterna. På andra testet var det 65 % som klarade av att lösa uppgifterna. På första testet var 52 % av eleverna en bit på väg när de löste uppgifterna. På andra testet var 30 % av eleverna en bit på väg när de löste uppgifterna. På första testet var det 29 % av eleverna som inte klarade av att lösa uppgiften. På andra testet var det 5 % av eleverna som inte klarade av att lösa uppgiften.

Algebraisk strategi

På första testet klarade 57 % av eleverna av att lösa uppgifterna. På andra testet klarade 75 % av eleverna av att lösa uppgifterna. På första testet var 38 % av eleverna en bit på väg när de löste uppgifterna. På andra testet var 20 % på väg när de löste uppgifterna. På första testet var det 5 % av eleverna som inte klarade av att lösa uppgifterna. På andra testet var det också 5 % som inte klarade av att lösa uppgifterna.

Grafiska strategi

På första testet klarade 20 % av eleverna att lösa uppgifterna. På andra testet klarade 65 % av eleverna att lösa uppgifterna. På första testet var 42 % av eleverna en bit på väg när de löste uppgifterna. På andra testet var 35 % av eleverna en bit på väg när de löste uppgifterna. På första testet var det 38 % av eleverna som inte klarade av att lösa uppgifterna. På andra testet var det 0 % av eleverna som inte klarade av att lösa uppgifterna.

Kontrollgruppen

Logisk strategi

På första testet var det 5 % av eleverna som klarade att lösa uppgifterna. På andra testet var det 0 % som klarade av att lösa uppgifterna. På första testet var 63 % av eleverna en bit på väg när de löste uppgifterna. På andra testet var 37 % av eleverna en bit på väg när de löste uppgifterna. På första testet var det 32 % av eleverna som inte klarade av att lösa uppgiften. På andra testet var det 63 % av eleverna som inte klarade av att lösa uppgiften.

Algebraisk strategi

På första testet klarade 68 % av eleverna av att lösa uppgifterna. På andra testet klarade 37 % av eleverna av att lösa uppgifterna. På första testet var 27 % av eleverna en bit på väg när de löste uppgifterna. På andra testet var 58 % på väg när de löste uppgifterna. På första testet var det 5 % av eleverna som inte klarade av att lösa uppgifterna. På andra testet var det också 5 % som inte klarade av att lösa uppgifterna.

Grafisk strategi

På första testet klarade 42 % av eleverna att lösa uppgifterna. På andra testet klarade 37 % av eleverna att lösa uppgifterna. På första testet var 47 % av eleverna en bit på väg när de löste uppgifterna. På andra testet var 42 % av eleverna en bit på väg när de

löste uppgifterna. På första testet var det 11 % av eleverna som inte klarade av att lösa uppgifterna. På andra testet var det 21 % av eleverna som inte löste uppgifterna.

7 SLUTSATSER

När vi studerar resultatet kan vi se att interventionsgruppen förbättrade sitt resultat och ökade sitt användande av strategierna i KLAG-modellen på det andra testet medan kontrollgruppen försämrade sitt resultat. Eleverna i interventionsgruppen kunde utifrån KLAG-modellen använda den logiska, algebraiska/aritmetiska och grafiska strategin på ett bättre och mer korrekt sätt än vad kontrollgruppen klarade av att göra. Detta innebär att interventionsgruppen använde sig av representationsformerna i KLAG-modellen korrekt, men undersökningen undersöker ej skillnader av matematiska strategier inom varje representationsform.

Logiska strategin

Den strategi som för eleverna var svårast var den logiska strategin. På första testet var det endast 19 % av eleverna i interventionsgruppen som löste uppgifterna korrekt när de skulle använda den logiska strategin. I kontrollgruppen var det endast 5 % av eleverna som klarade av lösa uppgifterna korrekt när de skulle använda den logiska strategin. På det andra testet hade interventionsgruppen förbättrat sitt resultat då hela 65 % av eleverna kunde lösa uppgifterna med den logiska strategin korrekt. Kontrollgruppen däremot försämrade sitt resultat då 0 % av eleverna klarade av att lösa uppgifterna korrekt med den logiska strategin.

Algebraiska/aritmetiska strategin

Den strategi som eleverna hade lättast för var den algebraiska/aritmetiska strategin. De använde sig främst av den aritmetiska. På första testet klarade 57 % av eleverna i interventionsgruppen att lösa uppgifterna korrekt med den algebraiska strategin. 68 % av eleverna i kontrollgruppen klarade av att lösa uppgifterna korrekt med den algebraiska strategin. På andra testet var det 75 % som klarade att lösa uppgifterna med den algebraiska strategin i interventionsgruppen men i kontrollgruppen försämrades resultatet igen och endast 37 % av eleverna klarade av att lösa uppgifterna korrekt.

Grafiska strategin

På första testet klarade 20 % av eleverna att använda den grafiska strategin korrekt i interventionsgruppen. 42 % av kontrollgruppens elever klarade av att lösa uppgifterna korrekt med den grafiska strategin. På andra testet förbättrades interventionsgruppens resultat och 65 % av eleverna klarade av att lösa uppgifterna korrekt. Kontrollgruppens elever försämrade sig resultat igen och endast 37 % av eleverna klarade av att lösa uppgifterna korrekt med den grafiska strategin.

Det vi kan se här är att interventionsgruppen i samtliga uttrycksformer förbättrade sitt resultat medan kontrollgruppen rakt igenom försämrade sitt resultat trots att kontrollgruppen faktiskt hade bättre resultat på det första testet än vad interventionsgruppen hade. Eleverna i interventionsgruppen ökade sitt användande av strategier och använde de på ett bättre sätt efter att de tagit del av den förändrade undervisningen i tre veckor där varje lektion startade med problemlösning och innehöll undervisning utifrån KLAG-modellen.

8 DISKUSSION

Interventionsgruppen förbättrade sitt sätt att använda strategier på efter att ha fått förändrad undervisning. Kontrollgruppen fick ett sämre resultat på eftertestet och hade inte en förändrad undervisning utan arbetade på som vanligt med matematikboken. Ett exempel är användningen av den logiska strategin där 65% av interventionsgruppen klarade att använda denna strategi på ett korrekt sätt medan resultatet i kontrollgruppen på eftertestet var att 0% klarade att använda denna strategi på ett korrekt sätt. Interventionsgruppen fick en förändrad undervisning där varje lektion startade med problemlösning medan kontrollgruppen följde matematikbokens upplägg. Undervisningen i matematik är ofta styrd av en lärobok vilket kan leda till att eleverna inte får utveckla sin problemlösningsförmåga i någon större utsträckning enligt Skolinspektionens kvalitetsgranskning (2009). I interventionsgruppen fick alla elever möjlighet att arbeta med problemlösning och fick träna på de olika uttrycksformerna i KLAG-modellen. I matematikböckerna avslutas oftast varje kapitel med problemlösning vilket gör att alla elever inte får lösa problem då de inte hinner att räkna ända fram till dessa uppgifter. Skolinspektionens kvalitetsgranskning (2009) menar att det ges få möjligheter för eleverna att använda logiska resonemang och utveckla problemlösningsförmågan. I läroboken är de flesta uppgifter rutinuppgifter och Skolinspektionen menar att undervisningen bör kompletteras med uppgifter som utvecklar andra kompetenser hos eleverna. Förändringen av undervisningen för interventionsgruppen visade sig utveckla elevernas användning av strategier inom problemlösning, dock har inte de matematiska strategierna undersökts utan endast elevernas användning av representationsformer. Ett optimalt sätt att arbeta med matematik är att varva problemlösningssuppgifter och rutinuppgifter enligt Johnsen och Høines (2010). Resultatet i denna studie visar att det gynnar eleverna att starta varje lektion med problemlösning. När interventionsgruppen arbetade med problemlösning gav läraren dem instruktioner och vägledning för att lösa problem vilket Mayer (2004) menar gynnar eleverna. Interventionsgruppens elever fick även hjälp med att använda sig av rätt strategier och arbetade mer med problemlösning än tidigare vilket Moreno (2004) anser är ett bra tillvägagångssätt. Eleverna ökar sin användning av representationsformer om varje lektion startar med problemlösningssuppgifter. Det leder oss vidare till om problemlösningsförmågan utvecklas hos eleverna eller om det bara är användningen av strategier som förbättras.

När vi tittar på resultaten på det andra testet framgår det tydligt att interventionsgruppen förbättrat sitt resultat genom att eleverna har använt sig av fler strategier och på ett bättre sätt. Kontrollgruppen försämrar däremot sitt resultat. Om vi tar vårt resultat och ställer det mot vad Mayer (2004) säger så stämmer det att eleverna gynnas av att få guidade instruktioner. Genom att eleverna fått givna strategier att använda sig av har det fått prova på alla fyra strategier i KLAG-modellen och framför allt fokuserat på den grafiska, algebraiska/aritmetiska och logiska strategin. Resultatet visar att eleverna utvecklade sitt användande av strategier och kunde på det sista testet använda sig av fler representationsformer. Eftersom eleverna i denna studie inte arbetat särskilt mycket med problemlösning tänkte vi som Kirschner et al. (2006) att det inte hjälper eleverna att ge minimal vägledning utan för att eleverna ska kunna utvecklas optimalt så får de givna strategier att använda sig av. Däremot är det intressant att diskutera om eleverna i interventionsgruppen har blivit bättre på problemlösning i sig eller om de enbart lärt sig att använda olika strategier för att lösa en uppgift. Som Taflin (2007) skriver så är problemlösning något som ska vara utmanande och ansträngande för personen som

tar sig an uppgiften. Taflin tar även upp att problemlösaren måste ha kunskap om på vilket sätt problemlösningssuppgiften ska kunna lösas. Frågan är då om eleverna, när de gjorde det andra testet, tittade på vilka strategier de skulle använda och gjorde som de lärt sig under lektionerna när de arbetat med KLAG-modellen utan att egentligen fundera på vilken matematisk strategi som skulle passa bäst till just den problemlösningssuppgiften. Vi kan då titta på den forskning som utgår från att eleverna utvecklas som bäst när de får konstruera egna lösningar och inte får givna strategier. Brosseau (1997) menar att läraren inte bör påverka elevernas val av strategier utan eleven ska själv få testa sig fram till en lösning. Eleverna i interventionsgruppen i denna studie blev styrda i sina val av strategier och skulle på båda testerna försöka lösa problemlösningssuppgifterna utifrån tre av KLAG-modellens givna strategier. Det som inte framgår i denna studie är om eleverna själva skulle kunna välja ut en bra strategi för att ta sig an problemet. Som Schoenfeldt (1985) tar upp kan det bli svårt att avgöra om eleverna kan välja ut en lämplig strategi när de får givna strategier och problemlösningssuppgiften kan då enligt författaren liknas mer vid en rutinuppgift. I denna studie har eleverna fått arbeta med problemlösningssuppgifter och använt sig av givna strategier men det är svårt att avgöra om de faktiskt blivit bättre på att lösa problem då de matematiska strategierna inte har analyserats. Kanske hade eleverna fått en djupare förståelse för problemet om de fått arbeta med uppgifterna utan givna strategier och kämpat mer vilket Hiebert & Grouws (2007) menar. Däremot beskriver Moreno (2004) och Touvinen och Sweller (1999) att ett sådant arbetssätt kan sänka elevernas självförtroende och bidra till frustration. Detta leder oss fram till hur vidare forskning skulle kunna se ut.

8.1 FÖRSLAG PÅ FORTSATT FORSKNING

Denna studie bygger på om elever förbättrar sin användning av givna strategier för problemlösning om varje lektion startar med problemlösningssuppgifter. Undervisningen har skett genom att eleverna har fått arbeta med givna strategier inom problemlösning i början av varje lektion. Resultatet visar att eleverna utvecklar sin användning av de givna strategierna. De flesta eleverna utvecklar sin förmåga att använda sig av grafiska, algebraiska/aritmetiska och logiska strategier. Det vore intressant att undersöka om elevers problemlösningss förmåga utvecklas utan att man ger dem givna strategier utan istället undersöker utvecklingen av de matematiska strategierna, men att undervisningen ändras genom att varje lektion startar med problemlösning.

8 REFERENSER

- Ahlberg, A. (1992). *Att möta matematiska problem – En belysning av barns lärande*. Göteborg: Acta Universitatis Gothoburgensis
- Ahlberg, A. (1991). Emanuelsson, G., Johansson, B. & Ryding, R. (1991). *Problemlösning*. Lund: Studentlitteratur
- Bryman, A. (2011) *Samhällsvetenskapliga metoder*. Stockholm: Liber
- Boaler, J. (2011). *Elefanten i klassrummet: att hjälpa elever till ett lustfyllt lärande i matematik*. (1. uppl.) Stockholm: Liber.
- Brousseau, G. (2002). *Theory of didactical situations in mathematics*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers. New York, Boston, Dordrecht, London, Moscow.
- Emanuelsson, G. (red.) (1997). *Algebra för alla*. Göteborg: Göteborgs universitet. NCM/Nämnamnaren TEMA.
- Engvall, M. Kreitz- Sandberg, S. (2015) *Strukturerad problemlösning: observationer från japanska klassrum*. Linköpings universitet 2015.
- Hagland, K, Hedrén, R. & Taflin, E., (2005). *Rika matematiska problem: inspiration till variation*. Liber; Stockholm.
- Hiebert, J., & Grouws, D. A. (2007). The effects of classroom mathematics teaching on students' learning. *Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*. Information Age Publishing Inc.
- Johnsen Høines, M. (2010). *Matematik som språk: verksamhetsteoretiska perspektiv*. Malmö: Liber AB.
- Kirschner, P. A., Sweller, J., & Clark, R. E. (2006). *Why minimal guidance during instruction does not work: An analysis of the failure of constructivist, discovery, problem-based, experiential, and inquiry-based teaching*. Lawrence Erlbaum Associates, Inc.
- Larsen, A-K. 2009. *Metod helt enkelt. En introduktion till samhällsvetenskaplig metod*. Malmö: Gleerup Utbildning AB.
- Larsson, M. (2015) *Orchestrating mathematical wholeclass discussions in the problemsolving classroom: Theorizing challenges and support for teachers*. Mälardalens högskola.
- Malmer, G. (2002). *Bra matematik för alla. Nödvändig för elever med matematiksvårigheter*. Lund: Studentlitteratur.
- Mayer, R. E. (2004). *Should there be a three-strikes rule against pure discovery learning?* American Psychologist Association.

Moreno, R. (2004). *Decreasing cognitive load in novice students: Effects of explanatory versus corrective feedback in discovery-based multimedia*. Instructional Science.

Riesbeck, E. (2000) *Interaktion och problemlösning*. Linköpings universitet 2000.

Schoenfeld, A. H. (1985). *Mathematical problem solving*. Academic Press, Inc. Orlando, Florida.

Skolinspektionen (2009:5), 100118. <http://www.skolinspektionen.se>

Skolverket (2017). *Läroplan för grundskolan, förskoleklassen och fritidshemmet 2011: reviderad 2017*. Stockholm: Skolverket.

Taflin, E. (2007) *Matematikproblem i skolan- för att skapa tillfällen för lärande*. Umeå.

Tuovinen, J. E., & Sweller, J. (1999). *A comparison of cognitive load associated with discovery learning and worked examples*. Journal of Educational Psychology.

Utbildningsdepartementet. (2011b). *Kommentarmaterial till kursplanen i matematik*. Västerås:Edita.

Vetenskapsrådet. (2011). *God forskningssed*. Vetenskapsrådets rapportserie 2011:1. Stockholm: Vetenskapsrådet.

Wistedt, I., Emanuelsson, G. (red.) (1996). *Matematik – ett kommunikationsämne*. Göteborg: Göteborgs universitet. NCM/Nämnamn TEMA.

BILAGA 1

Information om en forskningsstudie som handlar om hur vi kan förbättra elevers strategier inom problemlösning i matematik.

Hej!

Vi, Hanna Kleregård och Martina Langelaar är två studenter vid Mälardalens Högskola som går sista terminen på grundlärarprogrammet F-3 i Västerås och vi ska nu genomföra vårt examensarbete. Syftet med denna studie är att ta reda på om elevernas strategier inom problemlösning förbättras om man startar varje matematiklektion med problemlösningssuppgifter som eleverna arbetar med i par och i helklass. Vi har lagt märke till att i de flesta matematikböcker avslutas ofta ett arbetsområde med problemlösningssuppgifter som alla elever inte alltid hinner göra. Vi kommer att utgå från ifall eleverna använder sig av konkreta, logiska, aritmetiska eller grafiska strategier.

Klass 3a och 3b kommer att ingå i studien. Båda klasserna kommer att utföra samma förtest. Klass 3a kommer få anpassad undervisningen under ett antal veckor medan 3b kommer att arbeta som vanligt med matematiken. Båda klasserna kommer sedan att utföra samma eftertest. Observationer av lektionerna kommer att genomföras.

Vi följer Vetenskapsrådets (2017) anvisningar om god forskningssed med etiska övervägande och riktlinjer. Vi genomför alltså arbetet och hanterar data och resultat ansvarsfullt. Elevernas ska inte kunna identifieras så därför kommer inte elevernas namn eller annan information att antecknas. Vare sig skola, lärare eller elever kommer att vara identifierbara för utomstående. Ljudinspelningar och testet eleverna kommer utföra kommer enbart att användas i samband med denna studie. Anteckningar från observationerna kommer att lagras på ett säkert sätt och kommer att raderas när arbetet är examinerat i januari.

Deltagandet i denna studie är helt frivilligt. Då det handlar om observationer av barn som är under 15 år ska vårdnadshavare ge tillstånd. Om någon vårdnadshavare inte ger tillstånd spelar det ingen roll vad barnet tycker om sitt deltagande. Om barnet säger nej kommer deltagande inte förekomma även om vårdnadshavare godkänt deltagande. Eleven har när som helst rätt att avbryta sitt deltagande. All information är konfidentiell.

Undersökningen ska presenteras i form av en uppsats vid Mälardalens högskola och slutversionen läggs ut på forskningsdatabasen DiVA.

Om det är något ni undrar över går det bra att kontakta oss via mail eller telefon. Vi besvarar gärna eventuella frågor.

Tack för hjälpen!

Hanna Kleregård

Mail: hanna.kleregard@vasteras.se

Telefon: 070-0486549

Martina Langelaar

Mail: mlr15001@student.mdh.se

Telefon: 0701-469793

Handledare: Jan Olsson
Mail: jan.olsson@mdh.se

Telefon: 021-107018

Jag som **vårdnadshavare** har fått information om studiens syfte, innehåll och praktiska genomförandet och ger mitt samtycke till att mitt barn får delta i studien.

Ja

Nej

Namnunderskrifter vårdnadshavare

Namnförtydligande

Jag som **elev** har fått information om studiens syfte, innehåll och praktiska genomförandet och ger mitt samtycke till att delta i studien.

Ja

Nej

Vid gemensam vårdnad ska båda vårdnadshavare ge sitt samtycke genom namnunderskrift. Samtycke kan återkallas när som helst. Original behålls av studenterna. Pappret lämnas till klassläraren.

BILAGA 2

TEST 1

1. En katt fångade 3 gäddor som gömde sig i vassen. Gäddorna vägde 5 kg var och katten orkade knappt bära upp dem till land.

a) Hur mycket vägde gäddorna tillsammans?

Logiskt/ Skriv en text som förklarar hur du tänkte:

Algebraiskt/ Visa hur du tänker med lämpligt räknesätt:

Grafiskt/ Rita en bild som visar hur du räknar ut uppgiften:

1 b) Hur mycket hade 3 gäddor vägt tillsammans om varje gädda vägt 6 kilo?

Logiskt/ Skriv en text som förklarar hur du tänkte:

Algebraiskt/ Visa hur du tänker med lämpligt räknesätt:

Grafiskt/ Rita en bild som visar hur du räknar ut uppgiften:

2. Peter sprang 3 mil varje dag. Han hade långa ben och var riktigt snabb. Ingen kunde säga att han var latmask.

a) Hur många mil springer Peter på 3 dagar?

Logiskt/ Skriv en text som förklarar hur du tänkte:

Algebraiskt/ Visa hur du tänker med lämpligt räknesätt:

Grafiskt/ Rita en bild som visar hur du räknar ut uppgiften:

2b) Om Peter sprang en halv mil varje dag hur långt skulle han då springa på fyra dagar?

Logiskt/ Skriv en text som förklarar hur du tänkte:

Algebraiskt/ Visa hur du tänker med lämpligt räknesätt:

Grafiskt/ Rita en bild som visar hur du räknar ut uppgiften:

BILAGA 3

1. En mamma hämtade sina barn på dagis. Varje barn på dagiset vägde 9 kg styck. Mamman hade 4 barn som gick på dagiset och 2 barn som hade flyttat hemifrån.

a) Hur mycket vägde barnen på dagis sammanlagt?

Logiskt/ Skriv en text som förklarar hur du tänkte:

Algebraiskt/ Visa hur du tänker med lämpligt räknesätt:

Grafiskt/ Rita en bild som visar hur du räknar ut uppgiften:

1 b) Hur mycket hade 6 barn vägt tillsammans om varje barn hade vägt 6 kilo?

Logiskt/ Skriv en text som förklarar hur du tänkte:

Algebraiskt/ Visa hur du tänker med lämpligt räknesätt:

Grafiskt/ Rita en bild som visar hur du räknar ut uppgiften:

2. Livia äter glass varje dag. Varje dag äter hon två kulor jordgubbsglass och en kula chokladglass.

a) Hur många kulor glass äter Livia på tre dagar?

Logiskt/ Skriv en text som förklarar hur du tänkte:

Algebraiskt/ Visa hur du tänker med lämpligt räknesätt:

Grafiskt/ Rita en bild som visar hur du räknar ut uppgiften:

2b) Livia ville ha en kula vaniljglass men det var slut. Den dagen åt Livia två och en halv kula jordgubbsglass och fyra kulor chokladglass. Hur mycket glass åt hon den dagen?

Logiskt/ Skriv en text som förklarar hur du tänkte:

Algebraiskt/ Visa hur du tänker med lämpligt räknesätt:

Grafiskt/ Rita en bild som visar hur du räknar ut uppgiften:

