



**MÄLARDALENS HÖGSKOLA**  
Institutionen för matematik och fysik

# Skriftliga redovisningar av matematikuppgifternas lösning, viktiga eller inte?

(Written solutions of a mathematical assignment's,  
important or not?)

Vilka ambitioner har lärare med sin undervisning och  
vilka krav ställer de på sina elever?

Lena Bergström

Examensarbete för lärarexamen  
i kunskapsområdet matematik  
Vårterminen 2007

Handledare Andreas Ryve  
Examinator Andreas Ryve





**MÄLARDALENS HÖGSKOLA**

Institutionen för matematik och fysik

Examensarbete för lärarexamen  
i kunskapsområdet matematik  
MY1030, 10 poäng

## SAMMANFATTNING

---

Lena Bergström

Skriftliga redovisningar av matematikuppgifternas lösning, viktiga eller inte?

Vilka ambitioner har lärare med sin undervisning och vilka krav ställer de på sina elever?

2007

Antal sidor: 24

---

Kort sammanfattning av

Syftet med undersökningen är att ta reda på i vilken utsträckning lärare kräver av sina elever att de skriftligen redovisar lösningar på matematikuppgifter de arbetar med, samt i vilken utsträckning lärarna tror att eleverna går tillbaka och reflekterar över sina uppgifter där skriftliga lösningar saknas när de rättar själva. Undersökningen är utförd genom en enkät samt tillhörande möjligheter för respondenterna att lämna egna kommentarer till frågorna. Studien visar att lärarnas önskan är att eleverna på något vis ska redovisa sina lösningar skriftligen samt gå tillbaka och reflektera när de rättar, men de kräver det inte av eleverna i någon större utsträckning. Eleverna rättar oftast själva, men lärarna kontrollerar emellanåt.

---

Nyckelord: Written solutions, algorithms, mathematics.



## *Innehållsförteckning*

1. Inledning .....	7
1.1 Bakgrund.....	7
1.2 Syfte .....	8
1.3 Frågeställningar.....	8
1.4 Disposition .....	9
2. Teori.....	9
2.1 Sammanfattning .....	14
3. Metodologi.....	14
3.1 Observationer .....	15
3.2 Enkäter .....	16
4. Resultat .....	16
4.1 Observationer .....	16
4.2 Enkäter .....	17
4.3 Kompletterande upplysningar av respondenterna i enkäterna. ....	19
4.4 Analys .....	23
5. Slutsatser.....	25
5.1 Vilka reflektioner gör lärarna kring undervisningen när det gäller den skriftliga lösningsredovisningen av elevernas uppgifter ute i skolorna idag. Behöver eleverna skriva lösningar eller räcker det med enbart ett svar?.....	25
5.2 När en elev rättar sina egna uppgifter eller samarbetar med andra, i vilken utsträckning tror lärarna att eleverna går tillbaka till uppgifterna och reflekterar över varför de kom fram till ett felaktigt svar? .....	25
6. Diskussion.....	26
Referenser .....	30
Bilagor.....	31
Enkätfrågor .....	31



# 1. Inledning

## 1.1 Bakgrund

Hur matematikundervisningen ser ut i skolorna idag är något som intresserar mig mycket då matematik är huvudinriktning i min utbildning. Det som särskilt fångat mitt intresse under mina praktikperioder är huruvida eleverna i skolår 4 – 6 skriftligen redovisar lösningarna på de uppgifter de räknar, eller snarare de uteblivna skriftliga lösningarna och även elevernas reflektion över hur de löser sina uppgifter.

Den egna kunskapen inom detta område är mest av den art som sunt förnuft säger mig, och som även observerats under de perioder av praktik vi fått under vår utbildning. Mina tankar är att elever inte bör rätta själva utan att gå tillbaka till uppgifterna för eftertanke och reflektion. Den repetitionsprocess som reflektionen innebär bör rätta till eller förankra kunskaperna hos eleverna. Även någon form av skriftlig lösning anser jag hjälper eleven förstå hur de tänker då de har något att gå tillbaka till.

Under mina observationer har jag iakttagit hur eleverna faktiskt gör när de arbetar med matematiken och det är detta som har lett till att jag nu vill studera närmare hur medvetna lärarna är om detta och vilka ambitioner de har med sin undervisning. Intrycket jag fått är att eleverna många gånger inte går tillbaka till uppgifterna och reflekterar över hur de löst uppgifterna om deras svar inte överensstämmer med facit utan snarare mekaniskt byter ut det egna felaktiga svaret mot det som anges i facit och sedan går vidare till nästa uppgift. När eleverna gör på detta vis tappar de möjligheten till reflektion och för mig finns det då en risk att kunskaperna inte förankras och att om eleven går vidare blir svårigheterna bara större med tiden såvida läraren inte fångar upp detta.

För mig personligen är förståelsen av begrepp och fenomen inom matematiken betydligt viktigare än att komma fram till ett riktigt svar. Om en elev förstår vägen fram till svaret får de allt som oftast det rätta svaret på köpet så att säga. Alltså är det för min del *vägen till* svaret som är det viktiga och inte svaret i sig. (jmf. Sfard, 1991)

När jag läst Hedrén (2000) och Holden (2001) känns det som om de har många goda tankar om hur undervisningen i matematik borde inrikta sig mer på lösningarna i sig och inte fokusera på svaret i den utsträckning jag upplevt att det görs idag i matematikundervisningen. Deras tankar har fått mig att fundera över hur medvetna lärarna är om detta och i vilken utsträckning de har dessa tankar i bakhuvudet när de planerar och strukturerar sin undervisning.

Läroplanen säger inte mycket om didaktiken i matematiken utan handlar mer om de faktiska kunskaper eleverna ska tillägna sig under sin skoltid. Enligt kursplanerna i matematik är problemlösning något som anses väsentligt och grundläggande inom matematikundervisningen. Dock såg jag nyligen på en föreläsning att just problemlösning inte nämns särskilt ofta i läroplanerna i övrigt.

Min åsikt är att problemlösning är något av det viktigaste vi har inom matematiken i och med att det ofta innehåller så många olika moment och räkneoperationer att eleverna genom arbete med problemlösning får många kunskaper de har glädje av i livet och att det dessutom täcker in många delar i läroplanen. Arbete med problemlösning innebär också för mig ett arbete med att även utveckla elevens förmåga att formulera egna skriftliga lösningsmetoder.

Det här arbetet är därför ansatsen till att förankra mina egna tankar om hur undervisningen i matematik ser ut idag och vad som kan vara intressant att belysa närmare i framtida forskning. Arbetet är också tänkt att belysa risker med uteblivna skriftliga lösningar i matematikundervisningen och möjligen också så några frön om en förändrad undervisning i matematik i dessa åldrar i framtiden.

Med ovanstående inledning som grundläggande tanke är min önskan att med detta arbete undersöka vilka ambitioner lärare i matematik i år 4 – 6 har med sin undervisning och hur det ser ut i praktiken. Det har varit intressant att följa undervisningen under de praktikveckor vi haft under utbildningen, och det har gett många tankar och idéer om hur jag själv vill arbeta inom ämnet matematik i mitt framtida yrkesliv.

För att lättare förstå vilket syfte lärarna har med sitt arbetssätt och försöka få en överblick över hur det ser ut i praktiken ute på skolorna är min tanke att med detta arbete undersöka hur matematikundervisningen är tänkt att fungera ute på skolorna och egentligen fungerar i praktiken. Det ger mig en grund att stå på nu när jag själv ska ut i verkligheten och undervisa.

Egentligen vore det intressant att undersöka detta på många skolor samt även undersöka närmare hur eleverna faktiskt gör när de rättar själva, men det skulle i så fall bli alltför omfattande för att passa in i en C-uppsats.

## **1.2 Syfte**

Detta arbete syftar till att undersöka hur undervisningen inom ämnet matematik går till idag ute på några olika skolor. I synnerhet ska arbetet undersöka i vilken utsträckning eleverna behöver redovisa sina uppgifter skriftligt, om de reflekterar när de rättar sina uppgifter, samt vilka krav lärarna idag ställer på eleverna.

## **1.3 Frågeställningar**

Mina frågeställningar inför detta arbete är som följer:

- Vilka reflektioner gör lärarna kring undervisningen när det gäller den skriftliga lösningsredovisningen av elevernas uppgifter ute i skolorna idag. Behöver eleverna skriva lösningar eller räcker det med enbart ett svar?



- När en elev rättar sina egna uppgifter eller samarbetar med andra, i vilken utsträckning tror lärarna att eleverna går tillbaka till uppgifterna och reflekterar över varför de kom fram till ett felaktigt svar?

## 1.4 Disposition

I avsnittet teori redogör jag för den tidigare forskning som mina studier baseras på. Min tyngdpunkt ligger i de tankar som Hedrén (2000) och Holden (2001) beskriver. Deras tankar känns för mig som en god grund att basera sin undervisning på. Den ligger också till grund för hela undersökningen och är även med i utgångspunkten för min analys och avslutande diskussion. Här definierar jag även det begrepp som är kärnpunkten i min undersökning.

Metodavsnittet beskriver hur den här uppsatsen kommit till. Den beskriver även hur uppsatsen är uppbyggd och vilka val som gjorts av undersökningsmetoder. Här framförs också mina argument för valet av metoderna observation och enkät. Enkätundersökningen beskrivs mer i detalj och avsnittet diskuterar även de för och nackdelar som finns med de valda metoderna.

Efter metodavsnittet följer resultatdelen där observationerna och enkätundersökningen samt de medföljande egna kommentarerna redovisas och analyseras. Detta görs med utgångspunkt i de bakomliggande teorierna som mitt arbete vilar på.

Resultatdelen följs upp av ett avsnitt med slutsatser där de ursprungliga frågeställningarna i möjligaste mån besvaras utifrån det som kunnat utläsas genom resultatet av mina valda undersökningsmetoder.

Den avslutande diskussionen innehåller reflektion av mitt arbete både i teorin och i praktiken och försöker redovisa mina tankar kring detta. Här framläggs också övergripande tankar och idéer om tänkbara framtida forskningsområden inom den här delen av matematikdidaktiken.

Sist i detta arbete följer den referenslista över det material som ligger till grund för detta examensarbete, och därefter följer de bilagor som är aktuella för detta arbete.

## 2. Teori

Hedrén (2000) menar att elever måste få möjligheten att utveckla sina egna skriftliga räknemetoder. Standardalgoritmerna, alltså våra mer traditionella sätt att ställa upp tal för uträkning, anses förlegade och istället bör eleverna ges möjlighet att via sina egna förkunskaper och tankar kunna skapa egna metoder för skriftliga räknemetoder. Detta bör läraren uppmuntra genom att eleverna får möjlighet att lösa många uppgifter tillsammans med andra elever i grupper eller i helklass med läraren som spindel i nätet för att fånga upp och samla ihop tankar och lösningar hos eleverna menar författaren.

Vidare ifrågasätter Hedrén (2001) också ifall de gamla standardalgoritmerna över huvud taget ska läras ut i skolorna idag. Han anser inte att dessa i någon egentlig mening främjar elevernas taluppfattning och de används i mycket liten utsträckning ute i dagens samhälle vilket gör dem förlegade i hans mening. För att eleverna idag istället ska kunna konstruera egen kunskap är det viktigt att de kan diskutera sina egna metoder med kamrater eller lärare alternativt en kombination av dessa.

När Hedrén (2001) beskriver de fördelar som eventuellt kan finnas med de mer traditionella algoritmerna menar han mer att det finns ett historiskt värde i dem. De har utvecklats genom åren och de är pålitliga då de används på ungefär samma sätt oavsett hur komplicerade tal det är som ingår i beräkningarna. Han menar vidare att de är en del av vår kulturskatt och att det därför kan finnas skäl för våra elever att känna till dem, samtidigt som de anses mycket viktiga för matematiken. Han menar att dessa kan ge en introduktion till användning av algoritmer vid andra tillfällen och sammanhang. Författaren menar också att det finns en stor risk med den här typen av algoritmer då de blir som ett schema där eleven inte direkt reflekterar över vad som händer i beräkningen utan mer bara följer en viss arbetsgång som är på förhand bestämd.

Standardalgoritmer bör, menar Hedrén (2001), bäst introduceras då eleverna tar emot dem på ett positivt sätt och ifrågasätter varför de inte fått lära sig dessa tidigare. Författaren anser då att eleverna vid denna tidpunkt har en tillräckligt god taluppfattning att dessa metoder inte stör deras matematiska tänkande längre. Istället blir dessa algoritmer en hjälp och förenkling av deras egna metoder vilket gör att räknearbetet går snabbare menar författaren.

När det gäller de skriftliga beräkningsmetoderna anser Hedrén (2001) det finns många fördelar med att eleverna här får möjlighet att utveckla sina egna vägar till kunskapen. Detta menar han ger eleverna möjlighet att skapa sina egna metoder och göra dessa till *deras egna*. Författaren menar att eftersom vi lär oss läsa från vänster till höger är det naturligt att även räkna i samma riktning. De gamla traditionella algoritmerna gör tvärtom, beräkningarna utgår från höger sida och arbetar sig sedan vidare till vänster. Han menar istället att när eleverna får utveckla egna metoder ligger dessa oftast närmare huvudräkning och överslagsräkning.

Vidare menar Hedrén (2001) att eleverna genom detta arbetssätt övar och fördjupar sin taluppfattning och talförståelse genom att det blir mer tydligt vad som händer med exempelvis hundratal och tiotal. Han anser också att eleverna genom detta arbetssätt får det lättare att *se vad som händer* vilket innebär eliminering av möjligheten för missförstånd eller systematiska fel. Slutligen konstaterar han att detta arbetssätt stämmer väl in i tiden då den socialkonstruktivistiska kunskapssynen föreligger.

Hedrén (2001) betonar vidare vikten av att i möjligaste mån undvika att styra in eleverna på för uppgiften lämpliga metoder. Detta för att motverka att eleverna anammar en redan befintlig metod istället för att skapa sina egna metoder och få förståelse. Det viktiga är att dessa diskussioner utgår i elevernas egna förkunskaper och på så sätt ger dem möjligheten att vidareutveckla sina tankar och egna metoder.

Framtidens samhällsmedborgare, menar Hedrén (2001), måste kunna göra huvudberäkningar, behärska överslagsräkning och kunna göra rimlighetsbedömningar. För att klara detta behöver de ha en god taluppfattning, behärska positionssystemet, vara förtrogen med dess delbarhet och även ha en god uppfattning om de grundläggande räknelagarna menar författaren.

För framtidens medborgare anser Hedrén (2001) det är väsentligt att var och en skapar sig kunskaper som ger dem möjligheter att i varje sammanhang välja den beräkningsmetod som bäst passar tillfället. Han beskriver fyra olika typer av beräkningssätt:

- Huvudräkning
- Överslagsräkning
- Skriftliga räknemetoder
- Användning av miniräknare eller dator

Huvudräkning anser Hedrén (2001) är grunden som alla människor måste utgå ifrån när de utför beräkningar. Han menar vidare att det inte går att göra överslagsberäkningar utan att först kunna använda sig av huvudräkning. Skriftlig huvudräkning oavsett metod kräver också huvudräkning, även om det här sker i olika led. Många gånger används huvudräkning även när miniräknare används för att förenkla arbetet.

Hedrén (2001) menar att varje elev så långt det är möjligt bör använda sig av huvudräkning. Med träning över tid kan och bör gränsen, för hur långt denna möjlighet sträcker sig, flyttas fram, vartefter eleven skapar ytterligare kunskaper. När räkneoperationerna blir för komplicerade måste andra metoder för beräkningar tas till. Här är naturligtvis behoven varierande beroende på vilken typ av uppgift det handlar om och vilka räkneoperationer som krävs i sammanhanget menar författaren.

Överslagsräkning är viktigt att behärska för att få en rimlighetsbedömning i beräkningar menar Hedrén (2001), och denna metod bör användas när svaret inte behöver anges så noggrant. Fel kan smyga sig in överallt men om en överslagsberäkning görs får eleven en känsla för om det svar han eller hon kommer fram till är rimligt eller inte enligt författaren.

Skriftliga beräkningsmetoder är enligt Hedrén (2001) ett måste för varje elev att lära sig, helst av sig själv eller tillsammans med andra, eftersom det alltid dyker upp situationer i livet då miniräknare inte står till buds och det finns behov av ett exakt svar, alternativt det man behöver beräkna är för komplicerat för att göras i huvudet menar författaren.

Miniräknarna har enligt Hedrén i Dahland (2001) gjort att man idag ifrågasätter behovet att skriftliga räknemetoder. Författaren menar dock att dessa metoder är väsentliga för eleverna då det ger ett effektivt sätt att kombinera huvudräkning med anteckningar och att detta i sin tur gör eleverna mer medvetna om sina tankegångar samt att det blir lättare för dem att diskutera sina lösningar med sina kamrater.

Hedré (2001) anser vidare att miniräknaren med fördel kan användas i skolan vid beräkningar som är så komplicerade att huvudräkning ändå inte är aktuellt. Enligt hans erfarenhet har elever i de lägre åldrarna ett egenintresse av att klara av att göra beräkningar på egen hand vilket i dessa fall inte lett till missbruk av användandet av miniräknare enligt författaren. Han anser emellertid att miniräknaren på intet sätt får ersätta elevernas utveckling av egna skriftliga beräkningsmetoder utan att dessa två typer av beräkningssätt istället ska komplettera varandra och att det är lärarens och elevernas sak att tillsammans bestämma när vilken typ av beräkningssätt är lämplig att användas för tillfället.

Holden (2001) beskriver ganska ingående om hur en lärare lyckats skapa en matematikundervisning som gör eleverna intresserade och motiverade för uppgifterna och även ger dem matematiskt förståelse och kunskap. Den undervisning som författaren visar på innebär att eleverna inte arbetar i någon lärobok, läraren använder sig av belöningar av olika slag samt att hon i första hand lägger ner tid på att få eleverna att se matematiken som någonting roligt och intressant. Med detta arbetssätt skapar hon ett klassrumsklimat där eleverna får stöd och uppmuntran, motivation till att samarbeta och hjälpa varandra samtidigt som man delar kunskaper elever emellan. Författaren menar att produktivt kunna arbeta i par eller i grupp bör anses lika viktigt som att kunna arbeta på egen hand. Det denna lärare gör, menar Holden (2001) är att se till att eleverna skapar förståelse för matematiken först innan de sedan går vidare och nöter in saker som behöver automatiseras. Först när eleverna förstått hur och varför de olika teknikerna fungerar är det meningsfullt att öva in och automatisera teknikerna menar författaren.

Holden (2001) menar också att en väsentlig del i hur undervisningen motiverar eleverna beror på hur motiverad läraren är. Om läraren är engagerad, entusiastisk och motiverad för matematikundervisningen, smittar detta lättare av sig på eleverna och påverkar deras motivation för ämnet positivt.

Vidare beskriver Holden (2001) ett antal *klassrumskonstanter* som författaren menar är väsentliga för en framgångsrik matematikundervisning. Dessa är följande:

- En äkta entusiasm inför elevernas förslag och ansträngningar,
- Entusiasm och glädje över matematikens fantastiska värld,
- Uppskattning av respekt, omsorg, nyfikenhet och kreativitet,
- Värdesättande av att våga ta risker och kasta sig in i okända saker,
- Förståelse står högt i kurs men inte "facitsvar",
- Vikten av att ha det roligt tillsammans med eleverna,
- Värdesättande av elevernas stolthet och upplevelsen att det är de som "äger" sitt arbete,
- Höga förväntningar på alla elever.

Holden (2001, s 168)

Med de undervisningsmetoder Holden (2001) beskriver att denna lärare använder sig av menar författaren att miljön och undervisningen är baserad på det som eleverna uppskattar och att läraren försöker få eleverna att tycka om det läraren anser är viktigt.

Det Holden (2001) också påpekar är att denna typ av undervisning är inkluderande då läraren snappar upp och uppmuntrar elevernas egna idéer i motsats till den mer traditionella undervisningen som ofta är exkluderande då dessa idéer avvisas eftersom de inte ingår i det undervisningen för stunden fokuseras på. Vidare menar författaren att i den traditionella undervisningen osynliggörs eller avvisas ofta elevernas förslag medan det i den typ av undervisning som författaren påvisar finns en dialog som uppmuntrar och istället tar till vara elevernas idéer och uppslag.

Holden (2001) menar att i den här lärarens klassrum leder ett felaktigt svar till positiva diskussioner som vidareutvecklar elevernas matematiska tänkande istället för att underminera elevernas självförtroende och göra dem ointresserade av ämnet. Författaren påvisar vikten av att eleverna vågar komma med svar även om de skulle vara fel och även våga komma med olika förslag även om dessa kanske inte leder fram till en gångbar lösning på problemet de arbetar med just för stunden. Istället kan detta leda fram till nya insikter menar författaren.

Vidare skriver Holden (2001) om hur viktigt det är att eleverna blir flexibla i sitt matematiska tänkande så att de inte låser sig vid en viss lösningsmetod eller vid att en uppgift bara kan ha exempelvis ett rätt svar. Friheten att kunna använda många olika typer av lösningsmetoder ger en större matematisk kunskap menar författaren.

Den metakunskap den här lärarens elever får med sig handlar mer om att kommunicera och diskutera en uppgift och dess lösning utifrån de förutsättningar man har och de antaganden man gör menar Holden (2001).

Slutligen menar Holden (2001) att det viktigaste inom matematikundervisningen är att eleverna skapar förståelse för matematiken istället för att fokusera på rätta svar. Att skapa en inre motivation hos eleverna för ämnet kräver en mängd olika medvetna strategier men är nödvändigt för att eleverna ska finna ämnet intressant och utvecklande.

Även Ulin (2001) pekar också på hur viktigt det är att inte fokusera för mycket på svaret utan att lösningen är det väsentliga för utvecklingen av det matematiska tänkandet hos eleverna. Det är *vägen till* svaret som ger eleverna utveckling menar han. Han menar vidare att matematiken är så mycket mer än bara räkning. Där finns fantasi, intuition, aning, logik, strukturering, igenkännande, analogi med mera. Han menar därmed att problemlösning är något som återkommande är ett viktigt område att arbeta med så att eleverna ges möjlighet att utveckla sitt matematiska tänkande så att varje elev någon gång får möjligheten till aha-upplevelser.

När det gäller hur eleverna arbetar tillsammans och i vilken utsträckning de i dessa sammanhang interagerar med varandra och utvecklar sitt matematiska tänkande i korrelation till varandra, behandlar Sfard & Kieran (2001) samt Ryve (2006) riskerna att någon i gruppen är mer dominerande eller helt enkelt snabbare i tanken vilket kan göra att de övriga inte hinner med i sina egna tankar och istället enbart skriver av det som den som legat längst fram i sitt matematiska tänkande kommer fram till. Dessa risker bör enligt författarna beaktas när undervisningen planeras.

## 2.1 Sammanfattning

Utifrån vad som skrivits tidigare i examensarbetet, framstår det nu som relativt väsentligt att eleverna på något sätt redovisar skriftligt hur de tänker när de löser sina uppgifter för att utveckla sitt matematiska tänkande. Eleverna bör alltså redovisa sina uppgifter skriftligen på ett sådant sätt att de själva först och främst men även andra ska kunna följa med hur de har tänkt menar författarna ovan. Både Holden (2001) och Hedrén (2001) argumenterar för att det är lösnings metoder eller modeller som eleverna själva utvecklat, som ger dem den bästa matematiska utvecklingen i deras tankar. Hädanefter kommer jag att benämna den här typen av lösningar med ordet *adekvata lösningar*.

## 3. Metodologi

Stukát (2005) menar att ett examensarbete bidrar till att studenten själv bidrar med ny kunskap samtidigt som det ger en personlig tillfredsställelse att utifrån egna forskningsfrågor söka kunskap och förståelse inom ett område som är av genuint intresse för studenten.

När studenten väl valt område inom vilket han eller hon vill genomföra sitt examensarbete, menar Stukát (2005), är det viktigt att påbörja arbetet med att söka relevant litteratur inom området.

Till det här arbetet var mitt val därför att försöka utgå från litteratur och hitta punkter däri som kunde stödja mina tankar och reflektioner om det observerats under min praktik och som fått mig att fundera på hur detta arbetssätt påverkar elevernas matematiska utveckling. Bibliotekets databaser blev flitigt besökta och har luslästs sida upp och sida ner med träffar av olika slag. Tyvärr var det väldigt svårt att hitta någon som helst forskning i databaserna som låg nära nog det som var intressant för just det här arbetet. Istället söktes adekvata teorier inom den mer traditionella litteraturen.

Inom litteraturen som stiftats bekantskap med genom åren inom detta område, finns flera intressanta kopplingar till hur matematikundervisningen borde fungera i praktiken. Dessa kopplingar ligger till grund för mitt examensarbete och är det min undersökning lutar sig emot när jag analyserar det jag observerat och undersökt ute på skolorna.

Enligt Stukát (2005) är det alltid bättre med en större stickprovsundersökning än en mindre. Min tanke var därför att försöka få ut cirka 50st enkäter till lärare i matematik inom år 4-6 på skolor i mitt närområde. Tyvärr visade det sig vid rundringning att många var väldigt ovilliga till att hjälpa till med att svara på dessa vilket gjorde att mitt val istället blev att göra en mindre enkätundersökning och istället ge respondenterna möjligheten att komplettera sina enkätsvar med egna kommentarer. På detta sätt gavs möjlighet för lärarna att lämna information i en slags skriftlig intervjuform.

En enkäts utformning grundar sig i de frågeställningar som ligger till grund för arbetet och syftar till att försöka belysa hur undervisningen inom ämnet matematik ser ut idag ute i verkligheten. (Se bilaga)

Patel & Davidsson (2003) beskriver vikten av anonymitet och konfidentialitet när intervjuer eller enkäter genomförs. Därför är i detta sammanhang alla respondenter informerade om att deras enkät och intervjusvar behandlas konfidentiellt och att de är anonyma i mitt examensarbete. De är också informerade om syftet med undersökningen och vad undersökningen är menad att ge svar på. De extra kommentarer som flera av respondenterna givit ger ytterligare information om hur undervisningen går till ute i verkligheten.

Detta examensarbete utgår ifrån en kvalitativ synvinkel vilket enligt Patel & Davidsson (2003) innebär att standardiseringsnivån på enkätfrågor blir relativt låg. Däremot passar det mitt syfte att försöka ta reda på egenskaper och beskaffenheter i undervisningen och det är därför grunden till mitt val av undersökningsmetod.

Efter genomförandet av enkätundersökningen sammanställdes resultatet som redovisas i resultat delen. Därefter följer även en analys de enkätfrågor som är relevanta för undersökningen samt även en analys av de kompletterande uppgifter som respondenterna delat med sig av i enkäterna. Frågorna redovisas var och en för sig med undantag för fråga nio och tio som redovisas tillsammans då de intimt hänger ihop. Utifrån de resultat och den analys av undersökningens material dras sedan slutsatser.

Slutligen avslutas detta arbete av en diskussion kring litteraturens synpunkter tillsammans med reflektioner av dessa kontra hur det verkar se ut i verkligheten enligt de resultat som framkommit i undersökningen.

### **3.1 Observationer**

Patel & Davidsson (2003) skriver om hur observationer är det främsta medlet för att skaffa information om saker som sker omkring oss. Författarna menar att denna typ av undersökning med fördel kan användas när det är frågan om beteenden och skeenden i realiteten som ska studeras. För mig blev det en naturlig tillgång till information om hur verklighetens matematikundervisning ser ut i de klasser som besökts.

Vidare anser Patel & Davidsson (2003) att observation som informationsinsamlingsmedel är bra att använda i de fall det kan vara känsligt huruvida respondenterna är villiga att lämna ifrån sig information eller inte.

Med dessa tankar kring observationer i åtanke har även ett antal observationer ute i olika klasser på min partnerskola genomförts. Där har matematikundervisningen observerats och dokumenterats med hjälp av dubbelloggar enligt Denscombe (2000). En dubbellogg består av två delar där man på den ena sidan noterar vad som faktiskt sker och på den andra sidan reflekterar över vad som observerats. Även elevers och lärares kommentarer kring hur arbetet inom matematik bedrivits har tagits i

beaktande. Det är inte alltid elever vill erkänna att de inte riktigt gör på det vis läraren bett dem. Det är heller inte alltid lärare har möjlighet att svara uttömmande på enkätfrågor utan måste generalisera och se hur det fungerat i stort.

Enligt Patel & Davidsson (2003) är observation dock en dyr och tidsödande undersökningsform. Den blev ändå vald i detta sammanhang då flera tillfällen under en VFU vecka fanns tillgängliga för denna typ av undersökning. Vidare blev mitt val att göra ostrukturerade observationer för att i enlighet med författarna försöka inhämta så mycket information som möjligt inom detta område.

### **3.2 Enkäter**

Därefter följer ett antal frågor som handlar om hur undervisningen i matematik bedrivs eller kan bedrivs och vilka krav lärarna ställer eller inte ställer på eleverna ifråga om skriftliga lösningar i elevernas räknehäften etcetera. Det finns också frågor om huruvida eleverna själva rättar sina uppgifter och på vilket sätt eleverna gör detta, eller om läraren gör det.

Enkäten avslutas men frågor om hur läraren upplever att dennes undervisning uppfyller kraven i läroplanen och ger även läraren möjlighet att precisera sitt syfte med sitt val av undervisningsmetoder. Till alla frågorna om undervisningen ges genomgående i enkäten en möjlighet till egna kommentarer till frågorna. Detta för att ge respondenterna möjlighet att ge ytterligare upplysningar som är relevanta för undersökningen.

## **4. Resultat**

### **4.1 Observationer**

Under mina VFU perioder samt vid de tillfällen under denna examenstermin då jag observerat hur eleverna arbetar med ämnet matematik ute på min partnerskola har jag noterat följande med hjälp av dubbelloggar. Eleverna arbetar nästan uteslutande i matematikboken under matematiklektionerna. Ämnet matematik kommer emellanåt in inom en del tematiska arbeten som genomförs ämnesövergripande under en period då och då.

Matematikundervisningen går till så att läraren går igenom de inledande sidorna i ett avsnitt varefter eleverna får räkna igenom de övningar som finns på dessa sidor. Därefter får de välja vilken nivå de vill lösa uppgifterna i resterande del av kapitlet. De flesta eleverna väljer den enklare nivån men några väljer den lite svårare nivån av uppgifter. Ingen elev arbetar någonsin med den svåraste delen av kapitlet som är tänkt som en fördjupning samt ett avsnitt som helst bör arbetas med i grupp för bästa utbyte. Lärarna hävdar här att det inte finns tid till arbete inom dessa avsnitt samt att eleverna anser att detta avsnitt är för svårt.



I mina observationer har noterats att det ställs inga eller låga krav på att eleverna ska redovisa uppgifterna med *adekvata lösningar*. Istället skriver eleverna enbart in sina svar i sina räknehäften. Eleverna rättar även själva sina räknehäften och de får även göra den diagnostiska delen under väldigt fria former. Denna del rättas dock av läraren enligt mina observationer.

Enligt mina observationer finns det många elever som inte går tillbaka till uppgiften i boken när de upptäcker att de fått ett felaktigt svar, istället raderar de ut det felaktiga svaret i sitt räknehäfte och skriver in det rätta utan reflektion. Någon enstaka elev går av eget intresse tillbaka till uppgiften i boken och försöker förstå vad de gjort för fel.

I vissa fall går läraren tillsammans med eleven igenom uppgiften och läraren ser då till att eleven har förstått innan de får gå vidare.

## 4.2 Enkäter

Antalet enkäter som lämnades ut var tolv stycken och antalet besvarade enkäter var nio stycken. Således blev bortfallet 25 % vilket är en relativt normal svarsfrekvens.

Härefter redovisas de enkätfrågor som är centrala för mina forskningsfrågor och för undersökningen. Övriga frågor utelämnas i redovisningen då de är mer av kuriös eller övergripande karaktär:

Två av de nio respondenterna hade en lärarexamen som är äldre än tjugo år, en hade en examen som var nästan tjugo år gammal och resterande hade samtliga tagit sin lärarexamen under de senaste tio åren. Sex av nio respondenter arbetar i år 4-6 på samma skola, övriga är verksamma på andra skolor i närområdet.

I min resultatredovisning blev mitt val att benämna svarsalternativen med en bokstav för att lättare kunna referera till dessa i resultatredovisningen.

*Fråga 6:*

*6. Mitt huvudsakliga läromedel inom ämnet matematik är läroboken.*

*A. ( ) Mina elever arbetar oftast i läroboken*

*B. ( ) Mina elever arbetar för det mesta i läroboken, men någon lektion i veckan ägnar vi oss åt laborativ matematik*

*C. ( ) Mina elever arbetar sällan i läroboken, istället arbetar vi mycket med öppna frågor och laborativ matematik.*

Två respondenter har valt svarsalternativ A, sex stycken har valt alternativ B och en har valt att kryssa i både A och B.

*Fråga 7:*

7. När eleverna arbetar på egen hand arbetar de oftast i par eller i grupp. Hur arbetar de då tillsammans med varandra?

A. ( ) När elever arbetar i par händer det ganska ofta att en av eleverna löser uppgiften och den andra lyssnar och skriver av.

B. ( ) När elever arbetar i par diskuterar de uppgifterna ingående och reflekterar över vilka lösningar de kommer fram till.

Sju respondenter har valt svarsalternativ B medan de övriga två kryssat för bägge alternativen.

*Fråga 8:*

8. När dina elever skriver i sitt räknehäfte vill du att de...

A. ( ) skriver svar på uppgiften, men det är inte nödvändigt att de visar någon lösning.

B. ( ) använder de metoder av skriftlig räkning som de lärt sig och behärskar så att det går att följa hur de tänker.

C. ( ) på något sätt förklarar hur de löst uppgiften så att de har något att gå tillbaka till och reflektera över ifall de skulle ha kommit fram till ett felaktigt svar.

Tre respondenter har valt svarsalternativ B. Fyra respondenter har valt alternativ C och slutligen har två respondenter valt både alternativ B och C.

*Fråga 9:*

9. Mina elever

A. ( ) rättar sina räknehäften själva med hjälp av facit.

B. ( ) lämnar in sina räknehäften med jämna mellanrum så att jag som lärare kan rätta.

C. ( ) rättar parvis åt varandra och diskuterar då de uppgifter som eventuellt givit ett felaktigt svar.

En respondent har valt svarsalternativ A. Två respondenter har valt alternativ B. En har valt att kryssa i både alternativ A och C. Slutligen har fem respondenter valt att kryssa i både svarsalternativ A och alternativ B.

*Fråga 10:*

10. Tror du att dina elever alltid går tillbaka till uppgiften och funderar på hur de tänkte och vad som kan ha blivit fel när de löst en uppgift och fått fram ett felaktigt svar?

A. ( ) Ja det gör de alltid.

B. ( ) Jag tror att de flesta av mina elever gör det.

C. ( ) *De elever som jag vet inte klarar av att ta det ansvaret själva, rättar jag tillsammans med i mån av tid.*

Här har en respondent valt svarsalternativ A, två har valt alternativ B, ytterligare två har valt att kryssa i både alternativ B och C. Slutligen har fyra respondenter valt svarsalternativ C.

*Fråga 11:*

11. *Du anser att du väl uppnår målen i ämnet matematik med din undervisning?*

A. ( ) *Ja det anser jag att jag gör.*

B. ( ) *Jag strävar alltid efter det och känner att jag för det mesta lyckas.*

C. ( ) *Jag känner att jag vill uppnå målen men på grund av tidsbrist hinner jag sällan med att följa upp detta.*

Två respondenter har svarat med svarsalternativ A. De resterande sju respondenterna har samtliga valt alternativ B.

### **4.3 Kompletterande upplysningar av respondenterna i enkäterna.**

Eftersom samtliga respondenter är anonyma när de svarar på dessa enkäter innebär det att nedanstående citat inte kan knytas till någon enskild respondent.

*Fråga 6:*

6. *Mitt huvudsakliga läromedel inom ämnet matematik är läroboken.*

A. ( ) *Mina elever arbetar oftast i läroboken*

B. ( ) *Mina elever arbetar för det mesta i läroboken, men någon lektion i veckan ägnar vi oss åt laborativ matematik*

C. ( ) *Mina elever arbetar sällan i läroboken, istället arbetar vi mycket med öppna frågor och laborativ matematik.*

”Ibland blir det mer laborativ matematik, andra veckor mindre beroende på hur kapitlen ser ut.”

”Vi arbetar periodvis med boken, periodvis utan. Vissa mål är lättare att nå utan boken.”

”Periodvis och när det behövs – laborativt.”

”Har en lektion i veckan i problemlösning.”

”Vi har nivågrupperade grupper i år 4 (två klasser på 3 grupper) varav jag har den grupp som behöver mycket extra hjälp för att förstå vad det handlar om och hur man kan tänka för att lösa ett tal eller ett problem. Att använda sig av laborativ matematik är viktigt för att befästa och för att klargöra de olika räknesätten.”

”Då alla elever har individuella planeringar och studietakt i matematik, blir mycket av den löpande matematikundervisningen litteraturbunden. Cirka 1 vecka per månad genomförs projekt/tema arbeten där laborativ matematik uteslutande används (vid dessa veckor får eleverna praktiskt använda sina teoretiska kunskaper).”

*Fråga 7:*

7. *När eleverna arbetar på egen hand arbetar de oftast i par eller i grupp. Hur arbetar de då tillsammans med varandra?*

A. ( ) *När elever arbetar i par händer det ganska ofta att en av eleverna löser uppgiften och den andra lyssnar och skriver av.*

B. ( ) *När elever arbetar i par diskuterar de uppgifterna ingående och reflekterar över vilka lösningar de kommer fram till.*

”Det händer att det blir som i alternativ A, men jag försöker uppmuntra så mycket som möjligt så att det blir som i alternativ B.”

”Olika för olika elever”

”Båda vet att de måste förstå innan de får gå vidare.”

”Oftast uppstår mest hjälp/bli hjälpt situationer då de arbetar med olika saker. De som är långt framme hjälper gärna till för att utveckla, befästa och omsätta sina kunskaper. (Tävlingsinstinkten är väldigt låg)”

*Fråga 8:*

8. *När dina elever skriver i sitt räknehäfte vill du att de...*

A. ( ) *skriver svar på uppgiften, men det är inte nödvändigt att de visar någon lösning.*

B. ( ) *använder de metoder av skriftlig räkning som de lärt sig och behärskar så att det går att följa hur de tänker.*

C. ( ) *på något sätt förklarar hur de löst uppgiften så att de har något att gå tillbaka till och reflektera över ifall de skulle ha kommit fram till ett felaktigt svar.*

”Detta varierar från elev till elev. Krav utifrån förutsättningar. Vissa skriver en *text* och berättar, andra visar siffror.”

”Där det går.”

”När det är huvudräkning så är det ok att bara skriva svar. Annars vill jag *se* hur de har tänkt i alla steg om det behövs flera olika räknesätt för att få fram ett svar.”

”I flesta fall bör de kunna visa hur de tänkt. De får använda den metod de känner sig mest säkra på.”

”Eleverna är inte bundna till enstaka metoder, vilket enligt mig kräver att de förklarar hur de gör. Både för egen del vid rättning men även för att jag ska kunna få en inblick i elevernas matematiska tänkande.”

*Fråga 9:*

*9. Mina elever*

A. ( ) rättar sina räknehäften själva med hjälp av facit.

B. ( ) lämnar in sina räknehäften med jämna mellanrum så att jag som lärare kan rätta.

C. ( ) rättar parvis åt varandra och diskuterar då de uppgifter som eventuellt givit ett felaktigt svar.

”Eleverna rättar själva men reflekterar över sina fel tillsammans med mig.”

”Än så länge rättar jag, men längre fram hjälps de åt.”

”Jag rättar prov och jag checkar emellan.”

”De rättar själva efter att ha arbetat två sidor i boken. Jag tar ändå in böckerna en gång/vecka för att kunna se hur de har löst uppgifter och för att ha lite koll på vad de gör.”

”Jag rättar själv varje dag med yngre, I 6:an kan de få vara med och rätta själva.”

”Oftast återkommer regelbundna avsnitt som de ej har tillgång till facit för. Dessa är min kontroll på att de verkligen lär och utvecklas. Ca 50 – 60 % av uppgifterna får de rätta själva. (tids effektivt)”

*Fråga 10:*

*10. Tror du att dina elever alltid går tillbaka till uppgiften och funderar på hur de tänkte och vad som kan ha blivit fel när de löst en uppgift och fått fram ett felaktigt svar?*

A. ( ) Ja det gör de alltid.

B. ( ) Jag tror att de flesta av mina elever gör det.

C. ( ) De elever som jag vet inte klarar av att ta det ansvaret själva, rättar jag tillsammans med i mån av tid.

”Eftersom jag känner mina elever väl, ser jag till att det alltid finns tid och möjlighet att gå tillbaka. Ibland är det bättre att ta fram nya uppgifter och repetera än att rätta fel. Då kan vi snabbare hitta strategier som eleven kan lära sig.”

”Det är det viktiga och vi har pratat mycket om det. Men jag är oftast med och förklarar. Oftast är orsaken till att de har fel att de inte förstått. Men jag vill att de först försöker tänka själva innan de ber mig om hjälp.”

”De brukar få förklara för mig. Vi rättar fel under tyst läsning för då hinner jag gå runt mer.”

”Ibland gör eleverna det inte, men de lär sig snabbt att detta inte gagnar deras lärande då kvalitén är avgörande för progressen **ej** kvantitet.”

*Fråga 11:*

*11. Du anser att du väl uppnår målen i ämnet matematik med din undervisning?*

A. ( ) Ja det anser jag att jag gör.

B. ( ) Jag strävar alltid efter det och känner att jag för det mesta lyckas.

C. ( ) Jag känner att jag vill uppnå målen men på grund av tidsbrist hinner jag sällan med att följa upp detta.

”Viktigt att ha: En balansgång mellan teori och praktik i matematik. Att komma ihåg att barnen befinner sig på olika nivåer och har olika inlärningsstilar. Det gäller att ha ett varierat arbetssätt som gynnar alla barn, så de kan nå målen.”

*Fråga 12:*

*12. Vilket syfte har du med din undervisning och de krav du ställer på dina elever?*

”Syftet är att alla ska nå målen efter sin förutsättning samt hitta sin egen lärstil och tilltro till den egna förmågan.”

”Jag vill att barnen ska nå målen i kursplanen och klara de nationella proven i femman. Jag vill att de ska förstå grunderna i matematiken och kunna använda dem i sitt vardagsliv. Samtidigt vill jag att de ska känna att matematik är kul och att det är en tillfredsställelse att lösa ett problem. De ska också få arbeta på olika sätt t ex: gruppuppgifter, praktiskt etc.”

”Syftet är att alla ska nå målen. Jag ställer de krav jag vet att de klarar av efter deras individuella förutsättningar.”

”Att de klarar sig i vardagssituationer, att de känner igen matematiska begrepp och vet vad de står för (allmänbildning).”

”1. Att matematik ska vara roligt. 2. Att man frågar om man inte förstår. 3. Diskussioner.”

”Syftet är bland annat att de ska nå de strävansmål som är uppsatta och att klara sig i vardagssituationer.”

”Att alla ska utvecklas på sin nivå och varje år få känna och uppleva att de själva gör framsteg.”

”Att arbeta mot de strävansmål som finns. Att barnen lär sig tänka själva, våga prova, tro att de kan, dra slutsatser och se att matematik finns överallt *i verkligheten*. Återigen krav utifrån förutsättningar.”

#### 4.4 Analys

I det här avsnittet är enkätfrågorna och de kompletterande kommentarerna från mina respondenter analyserade. Mitt val är här att försöka analysera varje fråga för sig både när det gäller vilket svarsalternativ som har majoritet och även analysera detta tillsammans med de medföljande kommentarerna.

##### *Fråga 6:*

Enligt de teorier jag funnit i Holden (2001) bör om möjligt en stor del av undervisningen ske under friare former och således inte vara styrd av något läromedel. Författaren menar att eleverna först bör praktiskt skaffa sig kunskaper som de sedan kan befästa teoretiskt.

Det som framkommit om denna enkätfråga är att i dagens matematikundervisning sker den till största delen med bas i ett läromedel som styr elevernas utveckling av sitt matematiska tänkande. De flesta respondenterna försöker lägga in friare lektioner i sin matematikundervisning men grunden är ändå läromedlet. Någon respondent menar att den friare undervisningen ska befästa teorierna vilket Holden (2001) visar borde vara tvärtom enligt mig.

Värt att notera i analysen av denna enkätfråga är att ingen av respondenterna baserar sin matematikundervisning på material utanför läromedlet.

##### *Fråga 7:*

När det gäller arbete i par eller i grupp menar Holden (2001) att det finns många landvinningar att göra genom att eleverna får tillfälle att diskutera matematiken tillsammans med varandra.

Det resultat som mina respondenter här ger mig är att de anser att eleverna diskuterar matematiken med varandra när de arbetar i par eller i grupp och även reflekterar över deras lösningar. Det händer dock att någon elev mer eller mindre skriver av den lösning som parkamraten åstadkommer vilket inte gagnar elevens utveckling av matematiskt tänkande. Detta fenomen stämmer överrens med det som Sfard & Kieran (2001) samt Ryve (2006) beskrivit i sina studier.

I de kompletterande kommentarerna framgår att lärarna är medvetna om riskerna att någon elev skriver av mer än de sätter sig in i uppgiften och löser den tillsammans. Intrycket är att lärarna är uppmärksamma på detta och försöker motarbeta det där det går.

*Fråga 8:*

Skriftliga lösningar av uppgifter anser Hedrén (2001) är en väsentlig del av matematikundervisningen, men att den bör gå till så att eleverna ges möjlighet att utveckla sina egna metoder och på så sätt skaffa sig en god taluppfattning och kunskaper om vårt positionssystem. Först när dessa kunskaper är väl förankrade hos eleverna kan möjligen de mer traditionella algoritmerna introduceras.

Resultatet på denna enkätfråga visar att lärarna vill att eleverna på något sätt visar hur de tänkt när de löser uppgifter men de kräver det inte i någon stor utsträckning. Dock framgår det ganska tydligt genom de kompletterande kommentarerna samt även inom mina egna observationer att eleverna absolut inte alltid behöver prestera den här typen av lösningar och att det istället allt som oftast är endast svar som krävs.

*Fråga 9 och 10:*

När det gäller hur eleverna skapar förståelse för den matematik de arbetar med anser Holden (2001) att det är väsentligt att eleverna skapar förståelse först innan de går vidare. Ulin (2001) pekar också på vikten av aha-upplevelser inom matematiken. Det är här enkätfråga nio kommer in då den behandlar huruvida eleverna rättar själva eller inte.

I resultatet av denna fråga redovisas att de flesta på något vis låter eleverna rätta själva men att lärarna ändå har någon form av kontroll emellanåt för att se till att eleverna har förstått. Det framgår också att lärarna inte har fullkomlig kontroll på att eleverna går tillbaka och reflekterar men att de i de fall där det behövs försöker få tillfälle att rätta tillsammans med eleverna. Enligt mina egna observationer lider dock lärarna av en ständigt upplevd tidsbrist vilket troligtvis gör det väldigt svårt att hinna med i den utsträckning som kan behövas för vissa elever. Någon lärare kommenterar även frågan med förslaget att det ibland kan vara bättre att ta fram nya uppgifter och låta eleven hitta strategier där som de förstår istället för att gå tillbaka och traggla uppgifter de löst felaktigt.

*Fråga 11 och 12:*

Dessa frågor är inte förankrade i min teoridel men ändå intressanta för undersökningen då den till viss del speglar respondenternas syn på undervisningen och deras koppling till våra styrdokument.

Det man kan konstatera från respondenternas egna kommentarer på dessa frågor är att de mer eller mindre delar in sig i två olika läger. Den ena gruppen riktar in sin undervisning mer på att förbereda eleverna för vardagslivet utanför skolan där strävansmålen är utgångspunkten för undervisningen. Den andra gruppen fokuserar mer på att koppla sin undervisning till de mer kvantitativa mål som är definierade i läroplanen.



## 5. Slutsatser

### 5.1 Vilka reflektioner gör lärarna kring undervisningen när det gäller den skriftliga lösningsredovisningen av elevernas uppgifter ute i skolorna idag. Behöver eleverna skriva lösningar eller räcker det med enbart ett svar?

Som svar på denna fråga anser jag att det i teorin finns många goda tankar med hur man vill att det ska fungera i matematikundervisningen idag. Hedrén (2001) pekar på att eleverna bör använda sig av skriftliga lösningsmetoder som de så långt det är möjligt bör utveckla själva. Dessa metoder behövs enligt författaren för att stärka deras taluppfattning och känsla för vårt positionssystem med mera. Holden (2001) menar också att undervisningen inte borde vara så läromedelstyrd som den enligt mitt resultat är.

Enligt resultatet i min undersökning är lärarnas reflektion att de vill att eleverna på något sätt skriftligen redovisar sina lösningar men att kraven på detta varierar eller uteblir. Det är mer en önskan från lärarnas sida. I mina observationer noteras att eleverna många gånger skriver enbart svar på sina uppgifter och således inte har något att gå tillbaka och reflektera över hur de tänkt när de löst uppgiften första gången i de fall de senare upptäcker att svaret inte överrensstämmer med facit.

### 5.2 När en elev rättar sina egna uppgifter eller samarbetar med andra, i vilken utsträckning tror lärarna att eleverna går tillbaka till uppgifterna och reflekterar över varför de kom fram till ett felaktigt svar?

Resultatet i min undersökning visar att de flesta lärare låter sina elever rätta själva men försöker ha någon form av kontroll emellanåt för att se om eleverna förstått eller inte. Detta sker på olika sätt för olika lärare och elever. Undersökningen visar dock att lärarna inte har full kontroll på om eleverna går tillbaka och reflekterar över sina lösningar eller inte, mest på grund av ständigt upplevd tidsbrist.

I undersökningen framgår av resultatet på fråga sju att lärarna är medvetna om att eleverna inte alltid diskuterar uppgifterna på sådant sätt att alla samtalsparter utvecklar sitt matematiska tänkande, men att de försöker i möjligaste mån uppmuntra samtliga elever att inte gå vidare innan de verkligen har förstått. Lärarna är också enligt mina observationer medvetna om att alla elever inte alltid heller går tillbaka och reflekterar när de rättar sina uppgifter men de försöker eliminera riskerna med detta genom egna kontroller emellanåt, så att de ser att eleverna förstått. Det fenomen att grupparbeten inte alltid är framgångsrika är något som även Sfard och Kieran (2001) samt Ryve (2006) kommit fram till.

Tilläggs bör att mina observationer visar att undervisningssituationerna och klassrumsklimatet idag ofta är av sådant slag att det är svårt för läraren att hinna med att kontrollera samtliga elever i den utsträckning som anses vara nödvändig för att eleverna ska tillgodogöra sig den kunskap som kursplanen förespråkar.

## 6. Diskussion

Den här uppsatsen har varit mycket intressant att arbeta med samtidigt som det har varit svårt att hitta relevanta forskningsrapporter inom detta område. Däremot är min uppfattning att den teori som Hedrén (2001) beskriver om hur eleverna bör arbeta med matematiken är synnerligen intressant och känns för mig som en mycket god grund att ta fasta på i min egen framtida undervisning. Tyvärr ser dock inte verkligheten alltid ut på det viset och min erfarenhet från våra praktikperioder är att lärarna brottas med många saker dagligen i sin undervisning.

En stor del av tiden under dagen går åt till att lösa konflikter mellan elever eller mellan elever och lärare. Lärarna kämpar för att få ett acceptabelt klassrumsklimat och att dessutom hinna med att se alla elever.

Min erfarenhet är också den att eftersom lärarna i år 4 - 6 idag fortfarande oftast undervisar sina elever i samtliga teoretiska ämnen trots att de i deras utbildningar endast studerat vissa ämnen, har svårigheter att hinna med att hålla en sådan kvalitet på sin undervisning som teorin föreskriver.

Personligen är min åsikt att vi som lärare i en större utsträckning än idag bör få möjligheten att fokusera mer på det eller de ämnen som vi är utbildade och behöriga för redan under år 4 -6. Detta skulle enligt min mening ge oss en betydligt större möjlighet att anpassa undervisningen i matematik till elevernas förutsättningar och även få tid till att hinna planera in den typ av undervisning som Holden (2001) beskriver.

De metoder som jag valt för denna undersökning kan kanske ifrågasättas och skulle möjligen kunna göras bättre. Observationer anses många gånger inte tillräckligt vetenskapliga, men enligt mig är enkäter och intervjuer än mer osäkra forskningsmetoder då respondenterna faktiskt kan undanhålla information eller förvränga den. För mig är det som observeras med våra sinnen det som vi upplever som sant. Därefter får man tolka den upplevda verkligheten och ifrågasätta den. Därför hade det kanske blivit mer relevant att göra observationer där flera observatörer agerar samtidigt. Problemet med detta är att det kan vara svårt för en klass att anpassa sig till situationen om flera nya vuxna kommer in och observerar samtidigt vid enstaka tillfällen. Är dessa personer dessutom helt nya för eleverna och inte personal som de träffat dagligen under en längre tid, kan situationen bli förvrängd i alla fall och även vid ett sådant tillfälle inte visa den verklighet som undersökningen vill visa på.

Det som framkommit i mina observationer är att lärarna på grund av upplevd tidsbrist, sällan hinner med att följa upp hur eleverna reflekterar över sina lösningar och i och med att undervisningen är så läromedelsbaserad, flyter matematikundervisningen mer eller mindre på i någon sorts automatiserad kvantitativ undervisning där det är viktigast att hinna färdigt matematikboken istället för att verkligen utveckla elevernas matematiska tänkande. Om jag förstått detta rätt är det på intet sätt unikt för den skola där jag utfört mina observationer utan detta verkar

vara relativt vanligt förekommande idag. Man kan fråga sig om det var bättre förr? För mig känns det ändå inte så. Min egen matematikutbildning gick mycket ut på att komma framåt i boken och lösa en mängd uppgifter varje matematiklektion. Läromedlen från den tiden innehöll fler uppgifter enligt mig. Lärarna kanske ställde högre krav på skriftliga redovisningar men min upplevelse är att det blev än mer fråga om mekanisk räkning än utveckling av vårt matematiska tänkande. Dagens läromedel försöker åtminstone i mitt tycke att tillgodose denna utveckling men i praktiken är det svårt att genomföra om läraren inte brinner för ämnet eller har gott stöd i utbildade kollegor i arbetslaget.

Till lärarnas försvar måste här också påpekas att många av dem inte har matematik som inriktning i sin utbildning och därför inte kan förväntas brinna för ämnet som många av dem själva kanske har haft svårigheter i. De har kanske bland annat därför valt andra inriktningar i sin utbildning vilket gör att de säkerligen i dessa ämnen istället har en mer varierad undervisning och ett mer entusiastiskt förhållningssätt till ämnet.

När det gäller elevernas skriftliga lösningar är mina observationer sådana att eleverna för det mesta bara skriver in svaret på uppgiften i sina räknehäften. Någon lärare kräver att svaret ska bestå av en hel mening som förvisso ställer högre krav på elevernas förmåga att formulera sig språkligt men som inte kräver att de ska kunna skriftligen redovisa ett resonemang om hur de löst uppgiften. Läromedlen är också ofta så uppbyggda och uppgifterna så formulerade att om inte läraren kräver skriftliga redovisningar av eleverna så uppmuntras detta inte heller av läromedlet.

Hedrén(2001) poängterar vikten av att eleverna får utveckla egna metoder och modeller för skriftliga lösningar. För mig är detta ett måste i mitt tycke för att eleverna ska kunna få en överblick över vad de faktiskt gör och hur de tänker när de löser matematikuppgifter. En naturlig utveckling av det matematiska tänkandet är ett måste för att övergången till den mer abstrakta matematiken inom exempelvis algebran som de sedan i en större utsträckning stöter på när de kommer upp i år 7. Enligt mig innebär kravet på skriftliga redovisningar en större möjlighet för att denna utveckling ska komma till stånd.

Respondenterna i min undersökning vill att eleverna ska redovisa lösningar till uppgifterna men kraven på dem uteblir och enligt mig är borde högre krav kunna ställas på eleverna. Frågan är hur mycket eleverna egentligen lär sig med detta arbetsätt? Även detta tror jag beror på den arbetsbörda många lärare lider av samt det faktum att de flesta lärare i dessa åldrar inte är utbildade i ämnet matematik.

Det som kan vara synnerligen intressant att studera i en framtida forskningsrapport är att närmare ta reda på i vilken utsträckning eleverna själva upplever att de går tillbaka och reflekterar när de rättar sina uppgifter? Människan är av naturen lat om motivation eller engagemang saknas, och min uppfattning av det som noterats under mina praktikperioder är att eleverna många gånger vill försöka smita undan så mycket som möjligt vilket gör att de ofta bara suddar ut det felaktiga svaret när de rättar och istället för att gå tillbaka och reflektera.

Eftersom undervisningen allt som oftast mer är kvantitativ än kvalitativ gör eleverna inte mer än absolut nödvändigt många gånger. Detta ställer krav på att läraren i sin tur

vågar ställa krav på eleverna och att de har tid och kraft att följa upp detta. Enligt mig är detta inte helt enkelt som det ser ut på skolorna idag. Matematikundervisningen idag är på väldigt många håll styrt av en matematikbok och sällan baserad på verklig utveckling av matematiskt tänkande. Många gånger ser det ut så här just för att lärarna inte brinner för ämnet och också lider av ständigt upplevd tidsbrist.

Min uppfattning är att om den struktur som vår lärarutbildning har, det vill säga att vi är mer eller mindre inriktade på ett eller ett par ämnen när vi är färdiga lärare, även skulle appliceras i en större utsträckning ute i verklighetens skolor, skulle matematikundervisningen på många håll väsentligt kunna förbättras. Om du som lärare med matematikinriktning i en större utsträckning får fokusera din undervisning inom ämnet och slippa lägga ner möda på ämnen som egentligen inte intresserar dig så mycket på samma sätt som övriga lärare i det läget slipper engagera sig i matematiken som de många gånger har negativa erfarenheter av själva, skulle kvaliteten på matematikundervisningen i svenska skolor höjas enligt mig. Detta på samma sätt som säkerligen kvaliteten på undervisningen inom övriga ämnen skulle må bra av om lärare med dessa ämnesinriktningar får möjlighet att fokusera mer på sina ämnen.

Här kan en del läsare reagera och tänka att man i och med en mer ämnesinriktad undervisning hos lärarna, baserad på deras egen utbildning, gör det svårare att arbeta tematiskt och ämnesövergripande. Min uppfattning är att det inte alls behöver leda till det utan att detta mer är upp till arbetslaget och dess förmåga att samarbeta. Om lärarna får inrikta sig mer på undervisning i de ämnen som de har utbildning och intresse av är min uppfattning att kvaliteten och engagemanget i den blir högre än vad den blir idag då alla lärare måste undervisa i alla ämnen som förekommer trots att vår utbildning inte alls är uppbyggd på det viset.

Likasom det är lättare att motivera elever att engagera sig för ämnen det är intresserade av är det lättare att motivera lärare att engagera sig i ämnen de brinner för, precis som det blir svårare att motivera elever och lärare inom ämnen som de inte har samma engagemang i.

Min absoluta uppfattning är också att vi som lärare i matematik måste våga ställa krav på våra elever. Om vi kan ställa rimliga krav på dem redan i tidiga år får eleverna det i mitt tycke lättare att klara övergången från den mer skyddade låg och mellanstadieskolan till högstadiet. Elever ska enligt mig lära sig ganska tidigt att sätta ord på sina tankar och våga skriva ner dem utifrån sina egna förutsättningar. Att göra det bekvämt för dem och enbart låta dem skriva svar gör dem en björntjänst enligt mig.

För mig känns det oerhört viktigt med arbetet i att eleverna utvecklar metoder till skriftliga lösningar och lär sig redovisa dessa på ett sätt som gör att de kan följa sina tankegångar. Detta för att övergången till den mer abstrakta matematiken annars blir alltför svår och vi här riskerar att förlora många elevers motivation för ämnet. För mig är just tiden i år 4 – 6 den tid då elevernas utveckling i matematiken går från den mer talade matematiken till den mer abstrakta och i och med det nödvändigt mer skriftliga matematiken som de sedan arbetar mycket med i skolans senare år och i vidare studier.

I mitt tycke är det helt förkastligt att enbart skriva svar i ett räknehäfte och sedan gå tillbaka och rätta vid ett senare tillfälle utan krav på reflektion. Då kan man istället lika gärna ha facit till hands och kontrollera det svar man kommer fram till i tanken redan när man löst uppgiften. I detta läge är min övertygelse att eleverna i en större utsträckning skulle gå tillbaka till uppgiften och reflektera om de kommit fram till ett felaktigt svar än om de gör det någon vecka senare då de inte minns hur de tänkte. Men hur ska läraren i detta läge kunna kontrollera att eleven faktiskt förstått om eleverna inte har krav på sig att skriftligen redogöra för sina lösningar?

För framtida forskning inom detta område är mitt förslag att inrikta sig på följande forskningsfrågor:

- I vilken utsträckning går eleverna tillbaka och reflekterar över hur de löst en uppgift om de inte skriver ner sina tankegångar när de löser den första gången och sedan upptäcker att de fått fram ett felaktigt svar?
- Vid vilken ålder är det lämpligt att börja ställa krav på eleverna att skriva ner sina tankar om en matematikuppgift så att de själva kan följa hur de tänkt på vägen från uppgiften till svaret?

Något som också fångat mitt intresse under mina observationer är hur resultaten på de nationella proven i matematik i år 5 följs upp i år 6, vilket leder fram till följande forskningsfrågor:

- Hur stöttar skolan de elever som i år 5 inte uppnår målen i ämnet matematik?
- Är det rätt att låta elever fortsätta arbeta i läromedel för år 6 i ämnet matematik när eleven inte uppnått målen för år 5 i de nationella proven?

Förhoppningsvis har detta arbete lett till att väcka tankar om vilka krav vi bör ställa på våra elever och vad bristen på krav kan leda till när det gäller elevernas utveckling av sitt matematiska tänkande. För mig kommer alltid *vägen till* svaret att vara viktigare än svaret i sig. Detta för att eleverna ska skapa förståelse och kunskap om vad de egentligen håller på med när de räknar i ämnet matematik.

## Referenser

- Dahland, G. (2001). Att värdera det skrivna ordet i gymnasiets matematikundervisning. I B.Grevholm (Red.) *Matematikdidaktik – ett nordiskt perspektiv* (ss.317-344). Lund: Studentlitteratur.
- Denscombe, M. (2000), *Forskningshandboken – för småskaliga forskningsprojekt inom samhällsvetenskaperna*, Lund: Studentlitteratur
- Hedrén, R. (2000). *Social konstruktivism i elementär aritmetik, Kan elever i år 2-5 göra skriftliga beräkningar utan de traditionella uppställningarna?*, 2000:1 Kultur & Lärande, Högskolan i Dalarna.
- Hedrén, R. (2001). Räkning i skolan idag och i morgon. I B.Grevholm (Red.) *Matematikdidaktik – ett nordiskt perspektiv* (ss.133-159). Lund: Studentlitteratur.
- Holden, I N. (2001). Matematiken blir rolig. I B.Grevholm (Red.) *Matematikdidaktik – ett nordiskt perspektiv* (ss.160-184). Lund: Studentlitteratur.
- Patel, R. & Davidson, B. (2003). *Forskningsmetodikens grunder – Att planera, genomföra och rapportera en undersökning*. Lund: Studentlitteratur.
- Ryve, A.(2006). Making explicit the analysis of students' mathematical discourses – revisiting a newly developed methodological framework. *Educational Studies in Mathematics*, 62, 191-209.
- Sfard, A. (1991). On the dual nature of mathematical conceptions: reflections on processes and objects as different sides of the same coin. *Educational Studies in Mathematics*, 22, 1-36.
- Sfard, A. & Kieran, C. (2001). Cognition as communication, Rethinking learning-by-talking through multi-faceted analysis of students' mathematical interactions. *Mind, Culture and Activity* 8(1), 42-76.
- Stukát, S. (2005). *Att skriva examensarbete inom utbildningsvetenskap*, Lund: Studentlitteratur.
- Ulin, B. (2001). Mer matematik i skolmatematiken! I B.Grevholm (Red.) *Matematikdidaktik – ett nordiskt perspektiv* (ss.275-294). Lund: Studentlitteratur.

## Bilagor

### Enkätfrågor

Var vänlig svara med det alternativ som passar in på dig eller din undervisning bäst.

- |                                  |       |        |
|----------------------------------|-------|--------|
| 1. Du är                         | Man   | Kvinna |
| 2. Din ålder är                  | _____ |        |
| 3. Det år du tog lärarexamen     | _____ |        |
| 4. Du arbetar på _____ skolan    |       |        |
| 5. Du undervisar barn i år _____ |       |        |

Fundera över frågan och kryssa för det alternativ som är så överensstämmande som möjligt med din undervisning.

6. Mitt huvudsakliga läromedel inom ämnet matematik är läroboken.

- Mina elever arbetar oftast i läroboken
- Mina elever arbetar för det mesta i läroboken, men någon lektion i veckan ägnar vi oss åt laborativ matematik
- Mina elever arbetar sällan i läroboken, istället arbetar vi mycket med öppna frågor och laborativ matematik.

Egna kommentarer:

---



---



---



---

7. När eleverna arbetar på egen hand arbetar de oftast i par eller i grupp. Hur arbetar de då tillsammans med varandra?

- När elever arbetar i par händer det ganska ofta att en av eleverna löser uppgiften och den andra lyssnar och skriver av.
- När elever arbetar i par diskuterar de uppgifterna ingående och reflekterar över vilka lösningar de kommer fram till.

Egna kommentarer:

---



---



---



---

8. När dina elever skriver i sitt räknehäfte vill du att de...

- skriver svar på uppgiften, men det är inte nödvändigt att de visar någon lösning.
- använder de metoder av skriftlig räkning som de lärt sig och behärskar så att det går att följa hur de tänker.
- på något sätt förklarar hur de löst uppgiften så att de har något att gå tillbaka till och reflektera över ifall de skulle ha kommit fram till ett felaktigt svar.

Egna kommentarer:

---

---

---

### 9. Mina elever

- rättar sina räknehäften själva med hjälp av facit.
- lämnar in sina räknehäften med jämna mellanrum så att jag som lärare kan rätta.
- rättar parvis åt varandra och diskuterar då de uppgifter som eventuellt givit ett felaktigt svar.

Egna kommentarer:

---

---

---

10. Tror du att dina elever alltid går tillbaka till uppgiften och funderar på hur de tänkte och vad som kan ha blivit fel när de löst en uppgift och fått fram ett felaktigt svar?

- Ja det gör de alltid.
- Jag tror att de flesta av mina elever gör det.
- De elever som jag vet inte klarar av att ta det ansvaret själva, rättar jag tillsammans med i mån av tid.

Egna kommentarer:

---

---

---

11. Du anser att du väl uppnår målen i ämnet matematik med din undervisning?

- Ja det anser jag att jag gör.
- Jag strävar alltid efter det och känner att jag för det mesta lyckas.
- Jag känner att jag vill uppnå målen men på grund av tidsbrist hinner jag sällan med att följa upp detta.

Egna kommentarer:

---

---

---



Slutligen en lite mer allmän fråga:

12. Vilket syfte har du med din undervisning och de krav du ställer på dina elever?

Egna kommentarer:

---

---

---

---

---

---

Tack för din medverkan.